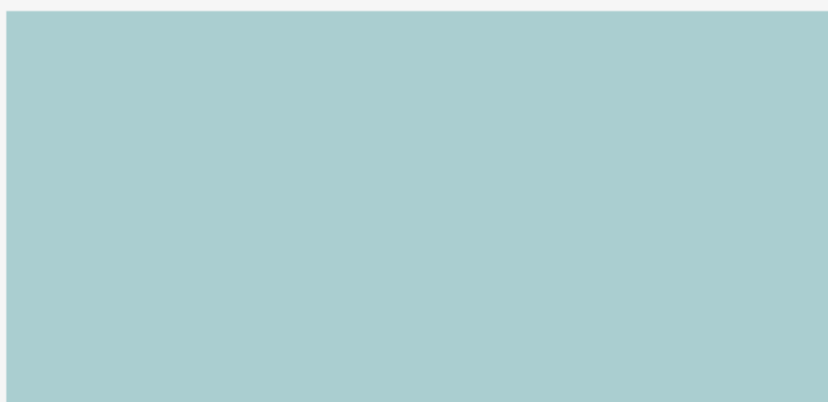


# 4

# בגרויות במתמטיקה

כיתה י"א



שאלון 471 תוכנית חדשה

# הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,  
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לקראת הבגרות במתמטיקה  
לשאלון 471 (4 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו 23 מבחנים :  
17 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 471 (מועדי חורף וקיץ)  
ממועד א', קיץ תש"ף 2020 עד וכולל מועד ב' קיץ תשפ"ד 2024.  
בנוסף, החוברת כוללת 6 מבחני דוגמה (מבחנים 1-6).

## מה מיוחד בחוברת זו?

לכל השאלות בחוברת קיימים סרטוני וידאו הכוללים פתרונות מלאים  
באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

## כיצד צופים בסרטון פתרון?

נכנסים לאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)  
בוחרים את מספר יחידות הלימוד ונכנסים לפתרונות וידאו למבחני  
בגרות 471.  
כעת ניתן לראות את פתרונות הווידאו לכל השאלות ממבחני הבגרות.  
הפתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחינם!

## כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר [my.geva](http://my.geva.co.il)?

בכל שאלה שבה אתם מתקשים, או שהתשובה הסופית שקיבלתם  
אינה תואמת את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות  
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיים נושא שבו אתם מרגישים  
צורך בחיזוק נוסף, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.  
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת).

בנוסף, ניתן לרכוש באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il) מנוי לסרטוני פתרון  
לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 471, בהוצאת יואל גבע.

# תודות

חובה נעימה לנו להודות לכל אלו שסייעו במלאכת הכנת החוברת.

תודה ענקית לעפר ילון על בדיקת התרגילים בחוברת,

על תרומתו הרבה בהערות והארות ועל תמיכתו השוטפת במורים.

תודה רבה לאירנה אדלשטיין על ההקלדה, העיצוב והעריכה של החוברת.

תודה לצוות ההוצאה לאור על העבודה המסורה.

**אריק דז'לדטי**

**יואל גבע**

## לתשומת ליבכם!

כדי להתאים את מבחני הבגרות בחוברת למבנה הבחינה העדכני, שולבו בבחינות שאלות בנושא רגרסיה שהיו בשאלון 472 ושאלות נוספות בנושא רגרסיה, התפלגות נורמלית וסטטיסטיקה, והוצאו מהבחינות השאלות בנושא סדרות שעברו לשאלון 472.

על פי חוזר מפמ"ר מחודש מאי 2023, בשנים תשפ"ד-תשפ"ז, יהיו בתרגילים של הפרק השני, רק שני שילובים מנושאים אלו, ולא יופיעו בו פרמטרים.

משך הזמן לבחינה **בשנת 2025, בכל המועדים** הוא ארבע שעות, כפי שפורסם בחוזר אגף בחינות מ-04.11.2024.

הבחירה **בשנת 2025, בכל המועדים** היא: 5 שאלות, לפחות אחת מכל פרק. ניקוד: 20 נקודות לשאלה

הבחירה **בשאלונים המותאמים** היא: 4 שאלות, לפחות 1 מהפרק השלישי. ניקוד: 25 נקודות לשאלה.

זכות היוצרים על שאלות הלקוחות ממבחני בגרות שמורות למדינת ישראל. כל הזכויות על השאלות האחרות שמורות להוצאת הספרים יואל גבע.

אנו מאחלים לכם הצלחה רבה בבחינת הבגרות.

יואל גבע – הוצאת הספרים, צוות האתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

# המבנה של שאלון 471

תלמידי 4 יחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.  
השאלון הראשון הוא 035471 והשאלון השני הוא 035472.

בשאלון 471 שלושה פרקים.  
משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.  
ערך כל שאלה 20 נקודות.  
בסך הכול צריך לענות על 5 שאלות מתוך 8 שאלות.  
בשאלון מותאם יש לענות על 5 שאלות, לפחות אחת מכל פרק.

## המבנה של שאלון 035471:

**פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות (40 נקודות).**  
הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לבחור 2 שאלות  
(לכל שאלה – 20 נקודות).

**פרק שני – גיאומטריה (20 נקודות).**  
**הערה:** הפרק כולל שאלות המשלבות את הנושאים:  
גיאומטריה, טריגונומטריה, הנדסה אנליטית.  
הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לענות על שאלה אחת  
(לכל שאלה – 20 נקודות).

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
(40 נקודות).**

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לבחור 2 שאלות.  
(לכל שאלה – 20 נקודות).

בעמוד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הברגות של  
שאלון 471.

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות

תוכנית חדשה

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
**פרק ראשון – סטטיסטיקה, הסתברות** יש לענות על 2 מתוך 3 שאלות  
**פרק שני – גאומטריה** יש לענות על שאלה אחת  
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש** יש לענות של 2 מתוך 3 שאלות
- $5 * 20 = 100$  נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
(3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

# מיון שאלות המבחנים לפי נושאים

## סטטיסטיקה

הערה: חלק מהשאלות בסטטיסטיקה כוללות גם הסתברות.

### סטטיסטיקה תיאורית

עמוד 2 שאלה 2, עמוד 9 שאלה 2, עמוד 23 שאלה 1, עמוד 47 שאלה 1,  
עמוד 69 שאלה 2, עמוד 76 שאלה 2, עמוד 98 שאלה 3,  
עמוד 105 שאלה 1, עמוד 115 שאלה 2, עמוד 122 שאלה 1.

### רגרסיה

עמוד 15 שאלה 1, עמוד 32 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 2,  
עמוד 48 שאלה 3, עמוד 54 שאלה 1, עמוד 62 שאלה 3,  
עמוד 70 שאלה 3, עמוד 88 שאלה 1, עמוד 114 שאלה 1,  
עמוד 131 שאלה 2, עמוד 138 שאלה 2, עמוד 146 שאלה 2,  
עמוד 155 שאלה 2, עמוד 164 שאלה 2, עמוד 173 שאלה 2.

### התפלגות נורמלית

עמוד 9 שאלה 1, עמוד 16 שאלה 2, עמוד 24 שאלה 2, עמוד 31 שאלה 1,  
עמוד 39 שאלה 1, עמוד 55 שאלה 2, עמוד 61 שאלה 1, עמוד 77 שאלה 3,  
עמוד 82 שאלה 1, עמוד 90 שאלה 3, עמוד 98 שאלה 2,  
עמוד 107 שאלה 3, עמוד 123 שאלה 2, עמוד 130 שאלה 1,  
עמוד 137 שאלה 1, עמוד 145 שאלה 1, עמוד 154 שאלה 1,  
עמוד 163 שאלה 1, עמוד 172 שאלה 1.

### שאלות המשלבות יותר מנושא אחד

עמוד 1 שאלה 1, עמוד 83 שאלה 3.

# הסתברות

## טבלה דו ממדית

עמוד 10 שאלה 3, עמוד 24 שאלה 3, עמוד 47 שאלה 2,  
עמוד 68 שאלה 1, עמוד 97 שאלה 1, עמוד 165 שאלה 3.

## כפל וחיבור הסתברויות, דיאגרמת עץ

עמוד 3 שאלה 3, עמוד 16 שאלה 3 סעיפים א-ג(1), עמוד 40 שאלה 3,  
עמוד 47 שאלה 2 (מופיעה גם בטבלה דו ממדית), עמוד 61 שאלה 2,  
עמוד 76 שאלה 1, עמוד 82 שאלה 2, עמוד 123 שאלה 3,  
עמוד 139 שאלה 3 סעיפים א-ב, עמוד 147 שאלה 3, עמוד 156 שאלה 3,  
עמוד 174 שאלה 3.

## מאורעות תלת שלביים

**הערה:** חלק מהשאלות הופיעו כבר תחת כותרות אחרות.

עמוד 16 שאלה 3 סעיף ג, עמוד 106 שאלה 2,  
עמוד 139 שאלה 3 סעיפים ג-ד.

## שאלות המשלבות יותר מנושא אחד

עמוד 33 שאלה 3, עמוד 55 שאלה 3, עמוד 89 שאלה 2,  
עמוד 116 שאלה 3, עמוד 132 שאלה 3.

# גאומטריה, טריגונומטריה,

## הנדסה אנליטית

### שאלות עם משולשים ומרובעים (ללא דמיון משולשים)

עמוד 3 שאלה 4, עמוד 10 שאלה 4, עמוד 77 שאלה 4,  
עמוד 91 שאלה 4, עמוד 99 שאלה 4, עמוד 133 שאלה 4,  
עמוד 140 שאלה 4, עמוד 157 שאלה 4, עמוד 166 שאלה 4,  
עמוד 175 שאלה 4 סעיפים א-ה. I.

### שאלות עם משולשים ומרובעים (כולל דמיון משולשים)

עמוד 17 שאלה 4, עמוד 41 שאלה 5, עמוד 49 שאלה 4,  
עמוד 56 שאלה 4, עמוד 62 שאלה 4, עמוד 71 שאלה 4,  
עמוד 83 שאלה 4, עמוד 108 שאלה 5, עמוד 117 שאלה 5,  
עמוד 124 שאלה 4 סעיפים א-ג, עמוד 148 שאלה 4.

### שאלות עם מעגל (ללא דמיון משולשים)

עמוד 11 שאלה 5, עמוד 18 שאלה 5, עמוד 25 שאלה 4,  
עמוד 34 שאלה 4, עמוד 34 שאלה 5, עמוד 49 שאלה 5,  
עמוד 56 שאלה 5, עמוד 63 שאלה 5, עמוד 71 שאלה 5,  
עמוד 84 שאלה 5, עמוד 107 שאלה 4, עמוד 117 שאלה 4,  
עמוד 124 שאלה 5, עמוד 140 שאלה 5, עמוד 149 שאלה 5,  
עמוד 175 שאלה 4 סעיף ה II, עמוד 176 שאלה 5.

### שאלות עם מעגל (כולל דמיון משולשים)

עמוד 4 שאלה 5, עמוד 25 שאלה 5, עמוד 41 שאלה 4, עמוד 78 שאלה 5,  
עמוד 92 שאלה 5, עמוד 99 שאלה 5, עמוד 124 שאלה 4 סעיף ד,  
עמוד 133 שאלה 5, עמוד 158 שאלה 5, עמוד 167 שאלה 5.



# חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

## חקירת פונקציות

### פולינומים

עמוד 11 שאלה 6 סעיפים א, ג, עמוד 27 שאלה 7 סעיפים א-ה,  
עמוד 35 שאלה 7 סעיפים א-ב, עמוד 50 שאלה 7 סעיפים א-ב,  
עמוד 72 שאלה 7 סעיפים א-ג, עמוד 79 שאלה 7 סעיפים א-ג,  
עמוד 85 שאלה 7 סעיפים א-ב, עמוד 119 שאלה 8 סעיפים א-ג.

### פונקציות רציונאליות

עמוד 4 שאלה 6 סעיף א, עמוד 20 שאלה 7 סעיפים א-ב,  
עמוד 26 שאלה 6, עמוד 35 שאלה 6 סעיפים א-ד(1),  
עמוד 42 שאלה 6 סעיפים א-ב,  
עמוד 58 שאלה 8 סעיפים א-ב (הקשר בין  $f(x)$  לבין  $\frac{1}{f(x)}$ ),  
עמוד 63 שאלה 6, עמוד 64 שאלה 7 סעיפים א-ג,  
עמוד 78 שאלה 6 סעיפים א-ד(1), עמוד 84 שאלה 6,  
עמוד 93 שאלה 6 סעיפים א-ה, עמוד 100 שאלה 6,  
עמוד 101 שאלה 7 סעיפים א-ב, עמוד 109 שאלה 6,  
עמוד 118 שאלה 6 סעיפים א-ז(1), עמוד 125 שאלה 6 סעיפים א-ה,  
עמוד 134 שאלה 6 סעיפים א-ד, עמוד 141 שאלה 6, עמוד 150 שאלה 6,  
עמוד 159 שאלה 6 סעיפים א-ה, עמוד 168 שאלה 6, עמוד 177 שאלה 6.

## **פונקציות עם שורשים (עם ביטוי לינארי בתוך השורש)**

עמוד 5 שאלה 7 סעיפים א-ד, עמוד 12 שאלה 7 סעיפים א-ג,  
עמוד 43 שאלה 7 סעיפים א-ד, עמוד 50 שאלה 6,  
עמוד 65 שאלה 8 סעיפים א-ב, עמוד 72 שאלה 6, עמוד 94 שאלה 7,  
עמוד 102 שאלה 8, עמוד 110 שאלה 7 סעיפים א-ה,  
עמוד 119 שאלה 7 סעיפים א-ה, עמוד 126 שאלה 7, עמוד 135 שאלה 7,  
עמוד 141 שאלה 7 סעיפים א-ד(1), עמוד 151 שאלה 7 סעיפים א-ה,  
עמוד 160 שאלה 7, עמוד 169 שאלה 7, עמוד 178 שאלה 7 סעיפים א-ה.

## **פונקציות עם שורשים (עם ביטוי ריבועי בתוך השורש)**

עמוד 19 שאלה 6, עמוד 57 שאלה 6.

## **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 20 שאלה 7 סעיף א, עמוד 43 שאלה 7 סעיף א,  
עמוד 51 שאלה 8 סעיפים א-ג, עמוד 111 שאלה 8 סעיף א,  
עמוד 119 שאלה 8 סעיף א, עמוד 127 שאלה 8 סעיפים א-ב, ד,  
עמוד 159 שאלה 6 סעיפים א-ב.

# שאלות ערך קיצון

## שאלות ערך קיצון גיאומטריות

עמוד 12 שאלה 8, עמוד 36 שאלה 8 (עם ביטוי ריבועי בתוך השורש),  
עמוד 57 שאלה 7, עמוד 79 שאלה 8 (עם ביטוי ריבועי בתוך השורש),  
עמוד 85 שאלה 8 (עם ביטוי ריבועי בתוך השורש),  
עמוד 135 שאלה 8, עמוד 151 שאלה 8.

## שאלות ערך קיצון בפונקציות וגרפים

עמוד 6 שאלה 8, עמוד 20 שאלה 8,  
עמוד 28 שאלה 8 (עם ביטוי ריבועי בתוך השורש), עמוד 44 שאלה 8,  
עמוד 73 שאלה 8, עמוד 94 שאלה 8, עמוד 142 שאלה 8,  
עמוד 160 שאלה 8, עמוד 169 שאלה 8, עמוד 179 שאלה 8.

# אינטגרלים

**הערה:** חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

## פולינומים

עמוד 11 שאלה 6 סעיף ב, עמוד 27 שאלה 7 סעיף ו,  
עמוד 35 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 50 שאלה 7 סעיף ג,  
עמוד 72 שאלה 7 סעיפים ד-ה, עמוד 79 שאלה 7 סעיף ד,  
עמוד 85 שאלה 7, עמוד 119 שאלה 8 סעיף ד.

## פונקציות רציונאליות

עמוד 5 שאלה 6 סעיפים ב-ג, עמוד 20 שאלה 7 סעיף ג,  
עמוד 35 שאלה 6 סעיף ד(2), עמוד 42 שאלה 6 סעיף ג,  
עמוד 58 שאלה 8 סעיף ג, עמוד 64 שאלה 7 סעיף ד,  
עמוד 78 שאלה 6 סעיף ד, עמוד 93 שאלה 6 סעיף ו,  
עמוד 101 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 118 שאלה 6 סעיף ז,  
עמוד 125 שאלה 6 סעיף ו, עמוד 134 שאלה 6 סעיף ה,  
עמוד 159 שאלה 7 סעיף ו.

## פונקציות עם שורשים

### (בעיקר אינטגרל של פונקציית הנגזרת)

עמוד 5 שאלה 7 סעיף ה, עמוד 12 שאלה 7 סעיף ד,  
עמוד 43 שאלה 7 סעיף ה, עמוד 65 שאלה 8 סעיף ג,  
עמוד 110 שאלה 7 סעיף ו, עמוד 119 שאלה 7 סעיף ו,  
עמוד 141 שאלה 7 סעיף ד(2), עמוד 151 שאלה 7 סעיף ו,  
עמוד 178 שאלה 7 סעיף ו.

## פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת

עמוד 51 שאלה 8 סעיף ד, עמוד 111 שאלה 8, עמוד 127 שאלה 8 סעיף ג.

# תוכן עניינים

## מבחני בגרות – שאלון 471

1	מבחן דוגמה מספר 1
9	מבחן דוגמה מספר 2
15	מבחן דוגמה מספר 3
23	מבחן דוגמה מספר 4
31	מבחן דוגמה מספר 5
39	מבחן דוגמה מספר 6
47	מבחן בגרות מספר 7 – קיץ תש"ף, 2020, מועד א.
54	מבחן בגרות מספר 8 – קיץ תש"ף, 2020, מועד ב.
61	מבחן בגרות מספר 9 – חורף תשפ"א, 2021.
68	מבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א.
76	מבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד.
82	מבחן בגרות מספר 12 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב.
88	מבחן בגרות מספר 13 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א.
97	מבחן בגרות מספר 14 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבצרים.
105	מבחן בגרות מספר 15 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א.
114	מבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב.
122	מבחן בגרות מספר 17 – חורף תשפ"ג, 2023.
130	מבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א.
137	מבחן בגרות מספר 19 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד מיוחד.
145	מבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב.
154	מבחן בגרות מספר 21 – חורף תשפ"ד, 2024.
163	מבחן בגרות מספר 22 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד א.
172	מבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב.

נוסחאון מתמטיקה 4 יחידות לימוד לתוכנית החדשה



# מבחן דוגמה מספר 1

## פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בסקר רב שנתי נמצא כי מקדם המתאם בין הציון בבחינה הפסיכומטרית לבין הציון בשנה א' במקצועות ההנדסה הוא 0.45 (נתוני אמת).  
הציון בממוצע הרב שנתי בבחינה הפסיכומטרית בקבלה לפקולטה להנדסת תוכנה הוא 712. סטיית התקן 22.
- הציון הממוצע הרב שנתי בסיום שנה א' הוא 73. סטיית התקן היא 12.5.
- א. על פי הנתונים הללו מהו ישר הרגרסיה המאפשר ניבוי של הציון בסיום שנה א' לפי הציון בבחינה הפסיכומטרית?
- ב. אייל ואיילת התקבלו ללימודים בפקולטה. לשניהם ציון פסיכומטרי 702. מהו הציון המנובא להם על פי ישר הרגרסיה בסיום שנה א'?
- ג. ידוע כי הציונים בסיום שנה א' מתפלגים נורמלית. ממוצע הציונים של איילת היה 68. בפקולטה לומדים 180 סטודנטים. כמה סטודנטים, ככל הנראה, הגיעו להישגים נמוכים מאיילת?
- ד. גם ציוני הבחינה הפסיכומטרית מתפלגים נורמלית. באיזו מהבחינות: הפסיכומטרית או בבחינת הסיום של שנה א' הציון של איילת גבוה יותר בהשוואה לשאר הנבחנים? הסבירו.



2. לפניך גבהים (בס"מ) של תלמידי כיתה י'.

רמת הדיוק של המדידה היא ס"מ שלמים :



145 , 152 , 154 , 158 , 163 , 164 , 165 , 166 , 167 , 171 , 174 , 178 , 182 , 187 .

- א. מהו המשתנה? מהו סוג המשתנה?
- ב. מצא את הממוצע ואת השכיח.
- ג. הצג את הנתונים באמצעות טבלת שכיחויות רגילה.
- ד. האם לדעתך מתאים לייצג את הנתונים בדיאגרמת עמודות?  
אם כן, הסבר מה ניתן לראות בדיאגרמה באופן בולט.  
אם לא, הסבר מדוע.
- ה. האם לדעתך מתאים לייצג את הנתונים בדיאגרמת עיגול?  
אם כן, הסבר מה ניתן לראות בדיאגרמה באופן בולט.  
אם לא, הסבר מדוע.
- ו. לפניך טבלת שכיחויות, שבה הגבהים הנ"ל מחולקים לקבוצות.  
העתק את הטבלה למחברתך, והשלם את השכיחות של כל קבוצה :

140–149	150–159	160–169	170–179	180–189	הגובה (בס"מ)
					מספר התלמידים

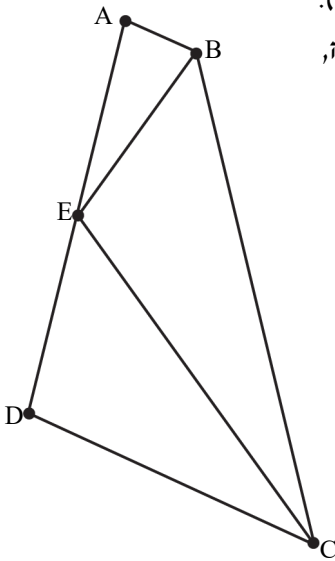
- ז. עבור הנתונים, המיוצגים בקבוצות בהתאם לסעיף ו',  
מצא את הממוצע והשכיח.
- ח. האם יש הבדל בין הממוצע שקיבלת בסעיף ב' לממוצע שקיבלת בסעיף ז' ? נמק.
- ט. האם יש הבדל בין השכיח שקיבלת בסעיף ב' לשכיח שקיבלת בסעיף ז' ? נמק.

3. בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.  
 טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה ללא החזרה.  
 ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא  $\frac{1}{36}$ .



- א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציא ממנו פירות.  
 ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?  
 ג. (1) חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו סוג.  
 (2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו סוג?  
 מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

### פרק שני – גיאומטריה



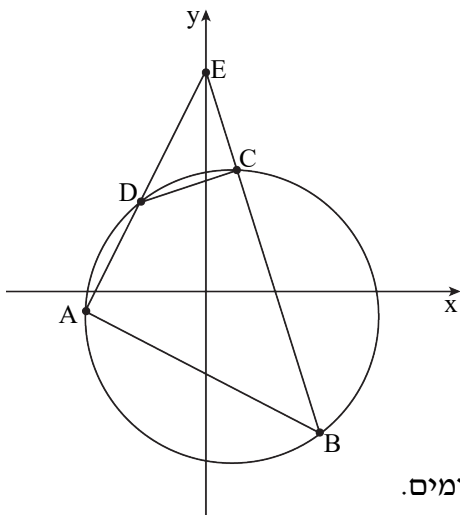
4. נתון טרפז ישר זווית  $ABCD$  ( $AB \perp AD$ ,  $AB \parallel CD$ ).  
 EB ו-EC הם חוצי הזווית ABC ו-BCD בהתאמה,  
 הנפגשים בנקודה E.



- הנקודה E נמצאת על השוק AD.  
 נסמן:  $\angle DCB = 2\alpha$ .  
 א. (1) בטא באמצעות  $\alpha$  את זווית ABC.  
 (2) הוכח:  $\triangle BEC$  הוא משולש ישר זווית.

- נתון:  $E(-1,2)$ ,  $B(1,4)$ .  
 משוואת הישר BC היא  $3x + y = 7$ .  
 ב. (1) מצא את משוואת הישר EC.  
 (2) מצא את שיעורי הנקודה C.  
 ג. (1) חשב את גודל הזווית ECB.  
 (2) חשב את זוויות הטרפז ABCD.





5. מרובע ABCD חסום במעגל

שמשוואתו  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$ .



המשכי הצלעות AD ו-BC

נפגשים בנקודה E (ראה ציור).

נתון:  $A(-8, -2)$ ,  $B(8, -10)$ ,

$C(2, 8)$ ,  $E(0, 14)$

- א. (1) חשב את אורך האלכסון AC.
- (2) חשב את גודל הזווית ABC.
- (3) מצא את שטח המשולש ABE.
- ב. הוכח כי המשולשים ABE ו-CDE דומים.
- ג. (1) מצא את יחס הדמיון של המשולשים.
- (2) חשב את שטח המשולש CDE.

### פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום,

#### של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה-x, ועל ידי הישרים  $x=4$  ו- $x=5$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - 4$

- ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה-x, ועל ידי הישרים  $x=4$  ו- $x=5$ ? נמק.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x \cdot \sqrt{x+a}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .



הנקודה  $(4, 20)$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את  $a$ .

הצב  $a = 2.25$  בפונקציה  $f(x)$ , וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן.

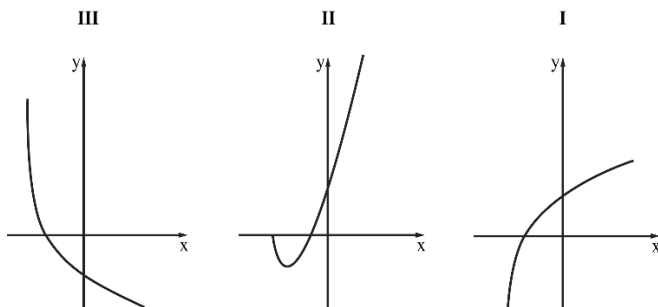
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

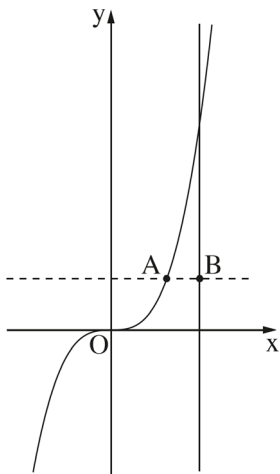
ד. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי הצירים.





8. בצירוף שלפניך מתוארים גרף הפונקציה  $f(x) = x^3$

והישר  $x = 2$ .



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון:  $0 < x_A < 2$

( $x_A$  הוא שיעור ה- $x$  של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$

(הישר המקווקו בצירוף).

הישר שהעבירו חותך את הישר  $x = 2$  בנקודה B

(ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה

שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

## תשובות למבחן דוגמה מספר 1:

1. א.  $y = 0.256x - 109.3$  . ב. 70.41 . ג. 62 סטודנטים.

ד. בהשוואה לשאר הנבחנים, הציון של איילת גבוה יותר בסיום שנה א'.

2. א. המשתנה הוא גובה התלמידים. סוג המשתנה הוא כמותי רציף.

ב. ממוצע: 166.14 ס"מ, שכיח: אין (או שכל הערכים הם שכיחים).

ג. הערה: השורה העליונה בטבלה מייצגת את הגובה (בס"מ), שהוא המשתנה,

והשורה התחתונה בטבלה מייצגת את השכיחות של כל גובה.

145	152	154	158	163	164	165	166	167	171	174	178	182	187
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ד. אפשר לייצג את הנתונים בדיאגרמת עמודות, אבל מכיוון שהשכיחות של כל

ערך היא 1, אז הדיאגרמה לא תיתן לנו מידע מעבר לרשימת הגבהים הנתונה.

ניתן לראות בדיאגרמה כזו באופן בולט שגובה כל העמודות זהה ושווה ל-1.

ה. אפשר לייצג את הנתונים בדיאגרמת עיגול, אבל מכיוון שהשכיחות של כל ערך

היא 1, אז הדיאגרמה לא תיתן לנו מידע מעבר לרשימת הגבהים הנתונה.

ניתן יהיה לראות בדיאגרמה כזו באופן בולט שכל הגזרות שוות בשטחן.

ו.

140–149	150–159	160–169	170–179	180–189	הגובה (בס"מ)
1	3	5	3	2	מספר התלמידים

ז. ממוצע: 165.93 ס"מ, שכיח: 164.5 ס"מ.

ח. יש הבדל. הסבר: הממוצע המחושב מהטבלה מסתמך על הערך האמצעי של

כל קבוצה, כלומר מניחים "פיזור אחיד" של כל המשתנים בתוך הקבוצה.

בסעיף א' אין הנחה כזו, אלא יש ציונים מדויקים שהפיזור שלהם לא אחיד.

ט. יש הבדל. ההסבר דומה לזה של סעיף ח'.

3. א. 7 אפרסקים. ב.  $\frac{2}{9}$ . ג.  $\frac{11}{18}$  (1). ד.  $\frac{21}{22}$  (2).

4. א. (1)  $\angle ABC = 180^\circ - 2\alpha$ . ב. (2) הוכחה. ג. (1)  $y = -x + 1$ . ד. (2)  $C(3, -2)$ .

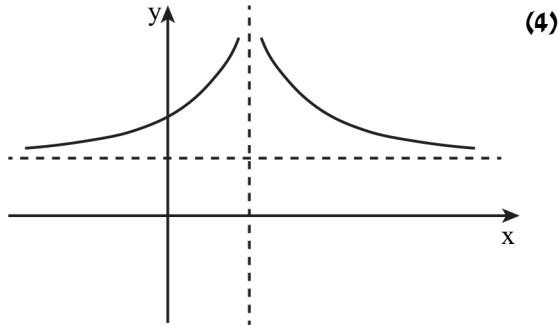
ג. (1)  $\angle ECB = 26.565^\circ$ . ד. (2)  $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ,  $\angle B = 126.87^\circ$ ,  $\angle C = 53.13^\circ$ .

5. א. (1)  $10\sqrt{2}$ . ב. (2)  $\angle ABC = 45^\circ$ . ג. (3) 160. ד. הוכחה. ה. (1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ . ו. (2) 20.

6. א. (1)  $x \neq 3$ . ב. (2)  $y = 4$ ,  $x = 3$ . ג. (3) עלייה:  $x < 3$ , ירידה:  $x > 3$ .

ב. 4.5

ג. 0.5

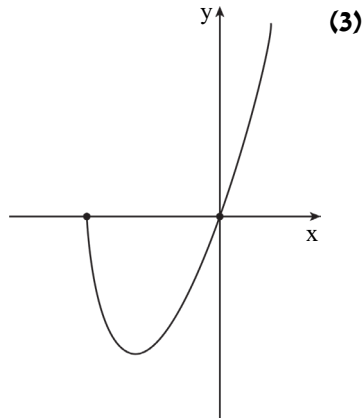


7. א.  $x \geq -a$ . ב.  $a = 2.25$ .

ג. (1)  $(0, 0)$ ,  $(-2.25, 0)$ . ד. (2) מקסימום  $(-2.5, 0)$ , מינימום  $(-1.5, -2.598)$ .

ד. גרף I.

ה. 2.598



8. א.  $(1.5, 3.375)$ . ב.  $\frac{27}{32}$ .



## מבחן דוגמה מספר 2

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. באוכלוסייה גדולה של תלמידים שציוניהם מתפלגים נורמלית,

קיבלו 20% מהתלמידים ציון גבוה מ-85.

סטטית התקן הייתה 25.



א. חשב את הציון הממוצע.

ב. בחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שציונו נמוך מ-55?

ג. בחרים באקראי שני נבחנים.

(1) מה ההסתברות שהציון של כל אחד מהם יהיה נמוך מ-55?

(2) מה ההסתברות שהציון של בדיוק אחד מהם יהיה נמוך מ-55?

(3) מה ההסתברות שהציון של לפחות אחד מהם יהיה נמוך מ-55?

2. בטבלה שלפניך מתוארת התפלגות מספר הילדים במשפחה בעיר גדולה:

מספר הילדים	0	1	2	3	4
אחוז המשפחות	15%	25%	30%	17.5%	12.5%



א. חשב את הממוצע, השכיח והציון של מספר הילדים במשפחה ביישוב.

ב. בחרים באקראי משפחה מהיישוב.

מהי ההסתברות שמספר הילדים בה גבוה מהממוצע?

ג. בחרים באקראי משפחה מהיישוב וידוע שמספר הילדים בה גבוה מהממוצע.

חשב את ההסתברות שבמשפחה זו יש 3 ילדים.

ד. בחרים באקראי שתי משפחות מהיישוב וידוע שמספר הילדים בהן

גבוה מהממוצע.

חשב את ההסתברות שבשתי המשפחות יש 3 ילדים.

3. בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים

שגרים מחוץ לעיר.

מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר.

75% מן הבנים גרים בעיר ו-40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר.

בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שבחרו בן שגר בעיר?

ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר.

מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות).

כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?



### פרק שני – גיאומטריה

4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע DC.

דרך E מעבירים קטע EF המקביל ל-DA.

א. (1) הוכיחו:  $\triangle AEF \cong \triangle EAD$ .

(2) הוכיחו:  $\triangle BEF \cong \triangle EBC$ .

ב. הסבירו מדוע  $\angle AEB = \angle CBE + \angle DAE$ .

ג. הסבירו מדוע  $S_{\triangle AEB} = S_{\triangle ACBE} + S_{\triangle ADE}$ .

ד. הצלע AB של המלבן מקבילה לציר ה-x.

נתון:  $A(2;10)$ ,  $C(7;2)$ .

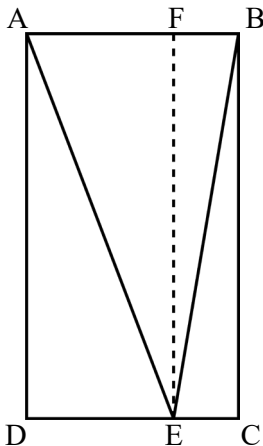
(1) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-D.

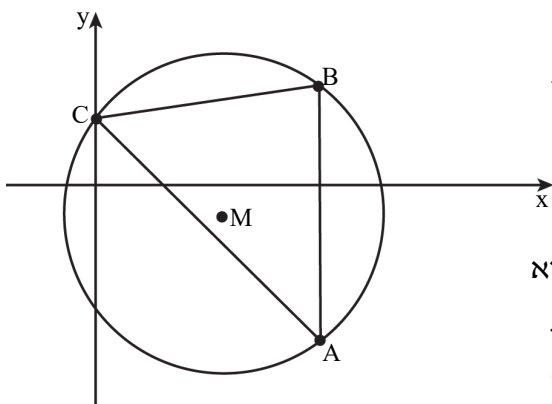
(2) בחרו נקודה E כרצונכם,

הנמצאת על הצלע DC,


וחשבו את  $\angle AEB$ .

היעזרו בתכונה שהוכחתם בסעיף ב'.





5. במעגל שמרכזו M חסום

משולש חד זוויות ABC. 

נתון:  $C(0,2)$ ,  $B(7,3)$ ,  $A(7,-5)$ .

א. (1) מצא את משוואת

האנך האמצעי

לצלע AC.

(2) הראה כי הישר  $y = -1$  הוא

האנך האמצעי לצלע AB.

(3) מצא את משוואת המעגל.

ב. חשב את הזווית ABC.


ג. חשב את השטח של המשולש AMC.

### פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום,

#### של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2(x-4)^2$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ענה על סעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  

עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

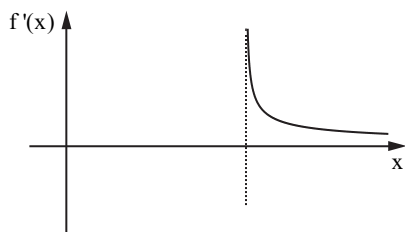
ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .



7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2x-13}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) הראה כי הפונקציה  $f(x)$  עולה בכל תחום הגדרתה.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



לפניך גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .

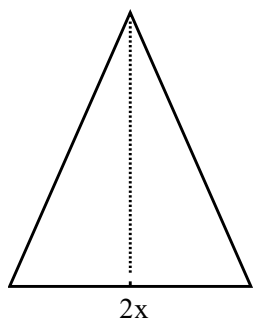
ב. מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ ?

הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  חותכים זה את זה בנקודה A.

ג. חשב את שיעורי הנקודה A.

מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה- $x$ .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי האנך, על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 11$ .



8. נתון משולש שווה-שוקיים שהיקפו 30 ס"מ.

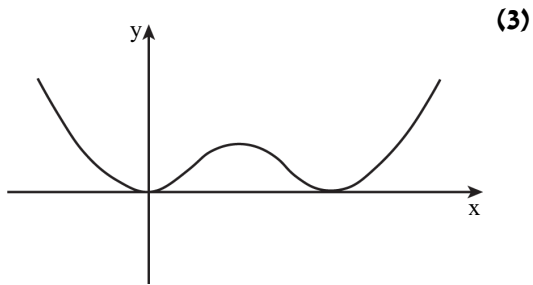
- א. סמן ב- $2x$  את בסיס המשולש, והבע באמצעות  $x$  את גובה המשולש לבסיס.
- ב. מה צריך להיות  $x$  כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?
- ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימלי הוא משולש שווה-צלעות.



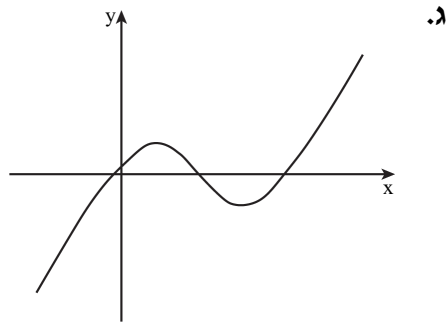
## תשובות למבחן דוגמה מספר 2:

1. א. 64 . ב. 0.359 . ג. (1) 0.1289 . ד. (2) 0.46 . ה. (3) 0.589 .
2. א. ממוצע: 1.875 ילדים, שכיח: 2 ילדים, חציון: 2 ילדים.  
ב. 0.6 . ג.  $\frac{7}{24}$  . ד.  $\frac{49}{576}$  .
3. א.  $\frac{1}{3}$  . ב.  $\frac{1}{2}$  . ג. 600 תלמידים.
4. א. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה. ג. הוכחה.
- ד. (1)  $B(7;10)$  ,  $D(2;2)$  . (2) נבחר  $E(5;2)$  .  $\sphericalangle AEB = 34.59^\circ$  .
5. א. (1)  $y = x - 5$  . (2) הוכחה. (3)  $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 25$  .  
ב.  $\sphericalangle ABC = 81.87^\circ$  . ג. 3.5 .

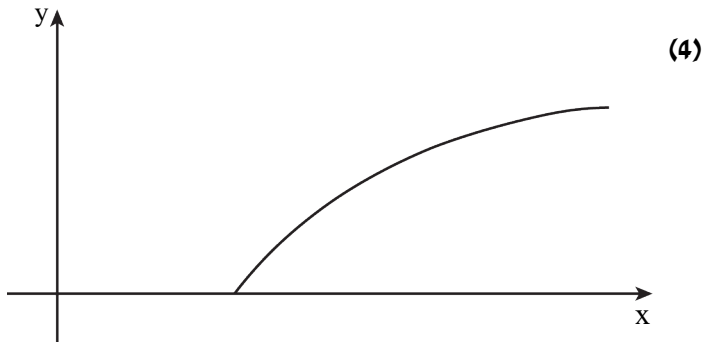
6. א. (1)  $(0,0)$ ,  $(4,0)$ . (2)  $(0,0)$  מינימום,  $(4,0)$  מינימום,  $(2,16)$  מקסימום.



(4) חיוביות:  $x > 4$ ,  $0 < x < 4$ , שליליות: אין. ג.  $\frac{512}{15}$ .



7. א. (1)  $x \geq 6.5$ . (2)  $(6.5, 0)$ . (3) הוכחה.



ב.  $x > 6.5$ . ג.  $A(7,1)$ . ד. 2.

8. א.  $\sqrt{225-30x}$ . ב.  $x = 5$ .

ג. במשולש בעל השטח המקסימלי כל הצלעות שוות ל-10 ס"מ.



## מבחן דוגמה מספר 3

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. כדי לבדוק את הקשר בין ציוני בחינת הברגרות במתמטיקה (X) ובין ציוני

בחינת הברגרות במדעי המחשב (Y), חושבו בשנה מסוימת הממוצעים, סטיות התקן ומקדם המתאם של הציונים בבחינות האלה.



תוצאות החישובים היו:  $\bar{X} = 64$ ,  $\bar{Y} = 72$ ,  $S_x = 14$ ,  $S_y = 9$ ,  $r = 0.77$ .

א. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון במדעי המחשב על פי הציון במתמטיקה.

באותה השנה דני נבחן במתמטיקה ובמדעי המחשב, והציון שקיבל במתמטיקה היה 90.

ב. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו הציון המשוער של דני בבחינת הברגרות במדעי המחשב?

לאחר שהתברר שהבחינה במתמטיקה באותה השנה הייתה קשה,

הוסיפו לכל אחד מן הציונים במתמטיקה 4 נקודות.

ג. מהי ההשפעה של התוספת לציונים על כל אחד מן הגדלים (1)–(3) שלפניכם (כלומר, האם הוא גדל, קטן או לא השתנה)?

נמקו את תשובותיכם.

(1)  $\bar{X}$  (2)  $S_x$  (3) r

בשנה שאחרי כן התקבלו בבחינות במתמטיקה ובמדעי המחשב אותם הממוצעים ואותן סטיות התקן כמפורט בתחילת השאלה.

ידוע שמשוואת ישר הרגרסיה של הציונים בשנה זו הייתה:  $y = mx + 43.2$ .

ד. (1) מצאו את הערך של m.

(2) מצאו את מקדם המתאם של הציונים בשנה זו.

2. בבחינת כניסה לאוניברסיטה ציוני הנבחנים מתפלגים נורמלית.

מתוך 4,000 תלמידים שנבחנו, 3,200 קיבלו ציון נמוך מ-70, ו-2,680 קיבלו ציון נמוך מ-66.



א. חשב את הציון הממוצע של הנבחנים ואת סטיית התקן.

ב. בוחרים באקראי נבחן. מה ההסתברות שציונו בין 66 ל-70?

ג. בוחרים באקראי שני נבחנים.

מה ההסתברות שהציונים של שניהם יהיו בין 66 ל-70?

ד. (1) בוחרים באקראי נבחן וידוע שהציון שלו גבוה מ-66.

מה ההסתברות שהציון שלו יהיה בין 66 ל-70?

(2) בוחרים באקראי שני נבחנים וידוע שהציון של שניהם גבוה מ-66.

מה ההסתברות שהציונים של שניהם יהיו בין 66 ל-70?

3. במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד:

לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו.

ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות



להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון,

ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8.

אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון,

ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6

ב. (1) מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?

(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים.

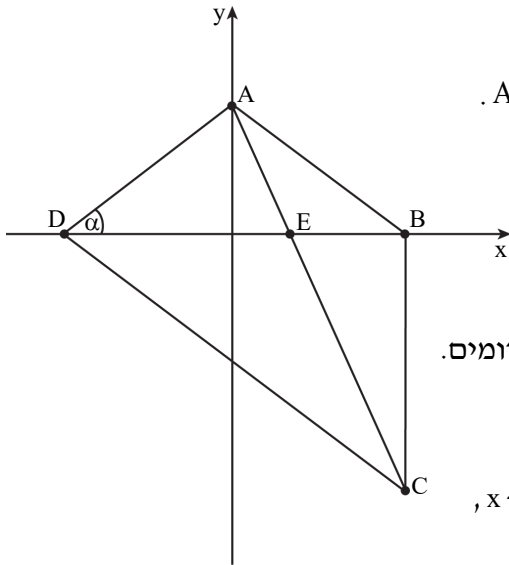
מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

ג. (1) מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?

(2) 3 משתתפים משחקים במשחק.

מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

## פרק שני – גיאומטריה



4. בטרפז  $(CD \parallel AB)$  ABCD

האלכסון DB חוצה את הזווית ADC.

אלכסוני הטרפז נגשים בנקודה E.

נסמן: זווית  $\angle ADB = \alpha$

א. הוכח:

(1)  $AB = AD$

(2) המשולשים AEB ו- CED דומים.

נתון:  $A(0,3)$ ,  $D(-4,0)$ ,

האלכסון BD נמצא על ציר ה- x,

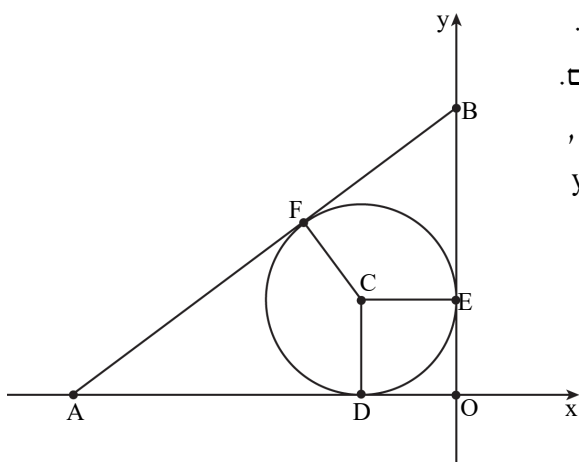
הצלע BC מאונכת לציר ה- x

והנקודה C נמצאת ברביע הרביעי (ראה ציור).

ב. מצא את שיעורי הנקודות B ו- C.

ג. חשב את יחס השטחים של המשולשים CED ו- AEB.





5. המשולש AOB הוא ישר זווית.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

הצלע AO נמצאת על ציר ה-x,

והצלע BO נמצאת על ציר ה-y

(ראה ציור).

במשולש AOB חסום

מעגל שמרכזו C

(הנקודה C נמצאת

ברביע השני).

הצלעות AO, BO ו-AB משיקות

למעגל בנקודות D, E ו-F בהתאמה.

א. (1) הוכח: המרובע OECD הוא ריבוע.

(2) הוכח: המרובע ADCF הוא דלתון.

נתון:  $D(-2,0)$ .

ב. מצא את משוואת המעגל.


נתון: שיפוע הצלע AB הוא  $\frac{3}{4}$ .

ג. (1) חשב את גודל הזווית CAD.

(2) חשב את שטח הטרפז ACEO.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

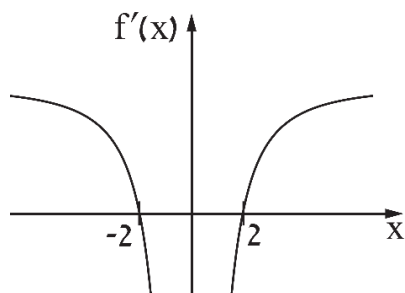
6. נתונה הפונקציה  $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$

- א. מצא את תחום הגדרה של הפונקציה  $f(x)$ . 
- ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ ?
- ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ד. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$ , שתחום ההגדרה שלה הוא תחום ההגדרה של  $f(x)$ .  $c$  הוא פרמטר.
- ו. מה הם כל ערכי  $c$  שבעבורם הפונקציה  $g(x)$  חיובית בכל תחום הגדרתה?



7. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x \neq 0$ .

בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , המוגדרת גם היא לכל  $x \neq 0$ , וחותרת את ציר ה- $x$  בנקודות  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$ .



א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן על פי הגרף.

נתון:  $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$  לכל  $x \neq 0$ .

$a > 0$  הוא פרמטר.

ב. מצא את  $a$ .

ענה על סעיף ג בעבור  $x > 0$ .

שיעור ה- $y$  של נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$  הוא 10.

ג. (1) כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $x > 0$ .

8. המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה

$y = -x^2 + 6x$  ובין ציר ה- $x$ ,

כמתואר בציור.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך

של גרף הפרבולה עם ציר ה- $x$ ,

כמתואר בציור.

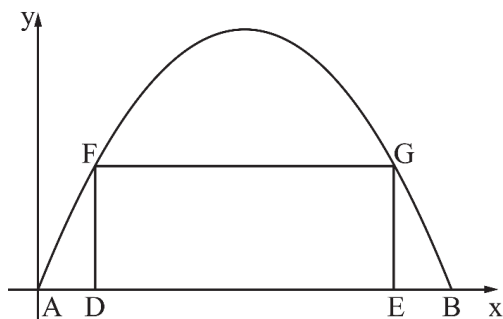
$k$  הוא פרמטר. נתון:  $0 < k < 3$ .

נתון:  $AD = EB = k$ .

א. הבע באמצעות  $k$  את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.

ב. מצא את  $k$  שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



### תשובות למבחן דוגמה מספר 3:

1. א.  $y = 0.495x + 40.32$  . ב. כ-85 . ג. (1) עלה ב-4,  $\bar{X} = 68$  .

(2) לא השתנה,  $s_x = 14$  .

(3) לא השתנה,  $r = 0.77$  .

ד. (1)  $m = 0.45$  . (2) 0.7 .

2. א. 61.6, 10 . ב. 0.13 . ג. 0.0169 . ד. (1)  $\frac{13}{33} \approx 0.394$  . (2)  $\frac{169}{1089} \approx 0.155$  .

3. א.  $\frac{3}{4}$  . ב. (1)  $\frac{3}{10}$  . (2)  $\frac{1}{2}$  . ג. (1)  $\frac{3}{5}$  . (2) 0.216 .

4. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב.  $B(4,0)$ ,  $C(4,-6)$  . ג. יחס השטחים הוא 4:1 .

5. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב.  $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$  .

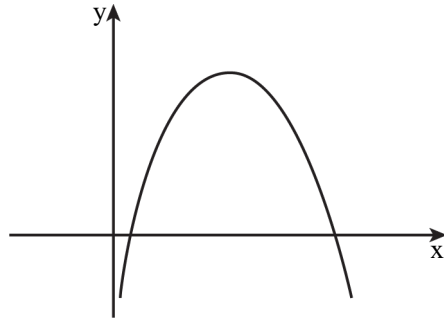
ג. (1)  $\sphericalangle CAD = 18.43^\circ$  . (2) 10 .

6. א.  $0 \leq x \leq 5$  . ב.  $(1,0), (4,0)$  .

ג. מקסימום:  $(2.5, 0.5)$  , מינימום:  $(0, -2)$  , מינימום:  $(5, -2)$  .

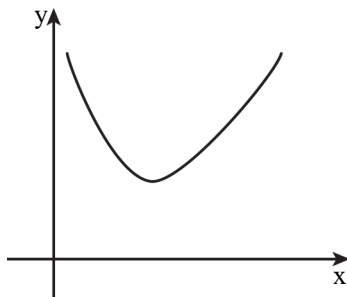
ד. תחום עלייה:  $0 < x < 2.5$  , תחום ירידה:  $2.5 < x < 5$  .

ה. ו.  $C > 2$  .



7. א. מקסימום:  $x = -2$  , מינימום:  $x = 2$  . ב.  $a = \frac{1}{4}$  .

ג. (1)  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{4} + 9$  (2)



8. א.  $GE = 6k - k^2$  ,  $DE = 6 - 2k$  . ב.  $k = 3 - \sqrt{3} = 1.27$  .



## מבחן דוגמה מספר 4

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בחוג ספורט נבדק המשקל של ארבעה ילדים. ידוע כי המשקל השכיח היחיד הוא 50 ק"ג, והמשקל החציוני הוא 52 ק"ג. בנוסף, נתון גם שהמשקל הממוצע הוא 53 ק"ג.
- א. רשום את המשקל (בק"ג) של כל אחד מארבעת הילדים.
- ב. (1) ירון טוען שסטיית התקן קטנה מ-5 ק"ג. האם הוא צודק? נמק ללא חישובים.
- (2) חשב את סטיית התקן של המשקל. השווה לתת סעיף ב(1).
- ג. המשקל של כל אחד מארבעת הילדים עלה ב-5%.
- (1) קבע כיצד ישפיע שינוי זה על מדדי המרכז: ממוצע, חציון, שכיח. חשב את המדדים הללו.
- (2) האם שינוי זה ישפיע גם על סטיית התקן?
- אם כן, חשב את סטיית התקן החדשה.
- ד. האם ניתן על ידי הוספה של משקלים מסוימים להגיע לסטיית תקן 0? נמק.



2. כדי להתקבל לאוניברסיטה, המועמדים נדרשים לעבור מבחן כניסה.

ציון המעבר במבחן הוא 70.

השנה נערכו שני מבחני כניסה לאוניברסיטה.



במבחן הראשון נבחנו 80% מהמועמדים. שאר המועמדים נבחנו במבחן השני.

התפלגות הציונים בשני המבחנים הייתה נורמלית.

הציון הממוצע של המבחן הראשון היה 65, וסטיית התקן הייתה 5.

במבחן השני היה הציון הממוצע 74, וסטיית התקן הייתה 12.

א. בוחרים באקראי מועמד שנבחן במבחן הראשון.

מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן?

ב. בוחרים באקראי מועמד שנבחן במבחן השני.

מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן?

ג. בוחרים באקראי מועמד שנבחן באחד המבחנים.

מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן?

3. מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות:

בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.



80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.

60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.

40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.

בוחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.

נסמן ב- $p$  את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה

במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.

א. מצא את  $p$ .

ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת,

מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה

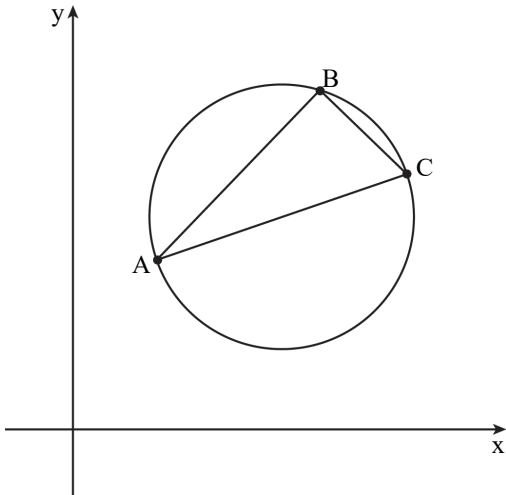
ולא עבר את הבחינה באנגלית?

ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.

ג. כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?

## פרק שני – גיאומטריה

4. משולש ABC חסום במעגל שקוטרו AC.



קוטר המעגל AC

נמצא על הישר  $3y - 2x - 4 = 0$ .

נתון:  $A(1,2)$ ,  $B(3,4)$ .

א. מהו גודל הזווית  $\sphericalangle CBA$ ?

ב. מצא את משוואת הישר

עליו מונחת הצלע BC.

ג. מצא את שיעורי מרכז המעגל O.

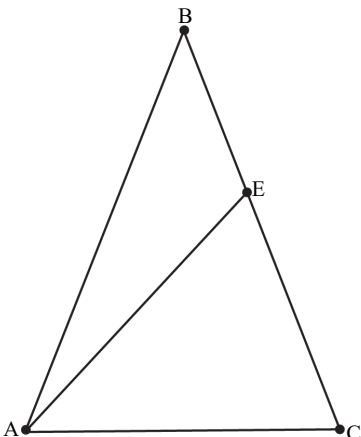
החוסם את משולש ABC.

ד. מצא את משוואת המעגל.

ה. חשב את היחס בין

שטח העיגול לבין שטח המשולש ABC.

5. משולש ABC הוא שווה שוקיים ( $CB = AB$ ).



הנקודה E נמצאת על צלע BC כך ש- $AE = AC$ .

א. הוכח:  $\triangle ABC \sim \triangle EAC$ .

נתון:  $AB = 20$ ,  $AC = 15$ .

ב. חשב את BE ו-EC.

ג. חשב את גודל הזווית EAC.


ד. חשב את היחס בין רדיוס המעגל החוסם

את המשולש ABC לבין רדיוס המעגל

החוסם את המשולש AEC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2}$ .

- א.**  (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- (5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב.** סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג.** האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ ? אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.
- ד.** נתון: לפונקציה  $g(x) = f(x) + c$  (הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית  $y = 5$ . מצא את  $c$ . נמק.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + a$ . המוגדרת לכל  $x$ .  $a$  הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).



ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ), וקבע את סוגן.

ג. מצא את הערך של  $a$  שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$  נמצאת על ציר ה- $x$ . נמק.

הצב  $a = 18$  במשוואת הפונקציה  $f(x)$ , וענה על הסעיפים ד-ו.

ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ו. (1) חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי

גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  וציר ה- $y$ .

(2)  $A$  היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ ,

ו- $B$  היא נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

הראה שגרף הפונקציה  $f(x)$  מחלק את המשולש ABO

לשני שטחים שהיחס ביניהם הוא 1:3 (O - ראשית הצירים).



8. בצויר שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = \sqrt{25-x^2}$

המוגדרת בתחום  $-5 \leq x \leq 5$ .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$

בנקודה B שברביע השני.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן את שיעור ה-x

של הנקודה A ב-t.

א. (1) הבע באמצעות t את

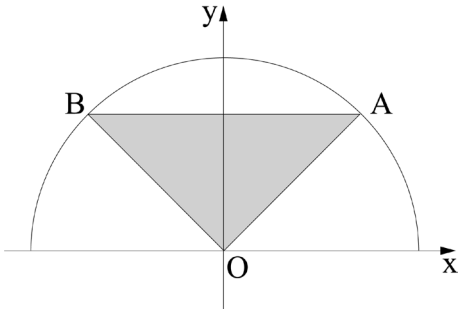
שיעורי הנקודה B.

(2) הבע באמצעות t

את שטח המשולש ABO.

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



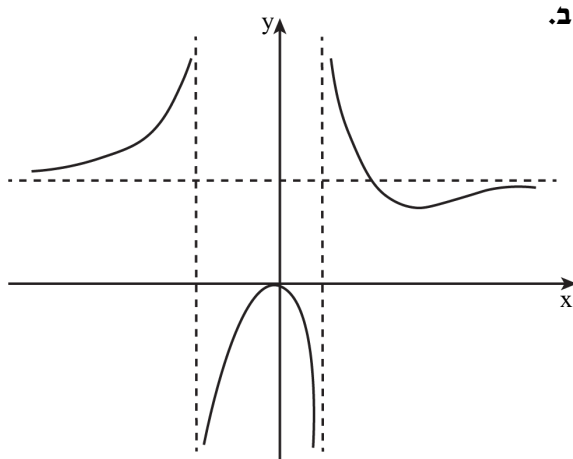
## תשובות למבחן דוגמה מספר 4:

1. א. 58 ק"ג, 54 ק"ג, 50 ק"ג, 50 ק"ג.
- ב. (1) כן, ירון צודק. הסטייה הגדולה ביותר מהמוצע 53 ק"ג היא 5 ק"ג  
 ויש סטיות קטנות ממנה ולכן סטית התקן קטנה מ-5 ק"ג. (2) 3.32 ק"ג.  
 ג. (1) השינוי יגרום לכך שכל אחד ממדדי המרכז יעלה ב-5%.  
 הממוצע יעלה ל-55.65 ק"ג, השכיח יעלה ל-52.5 ק"ג,  
 החציון יעלה ל-54.6 ק"ג.  
 (2) השינוי יגרום לכך שסטיית התקן תעלה ב-5% ל-3.48 ק"ג.  
 ד. לא. סטיית תקן אפס מתקבלת רק כאשר כל הנתונים שווים בערכם.
2. א. 0.841 . ב. 0.63 . ג. 0.7988 .
3. א. 0.3 . ב.  $\frac{3}{4}$  . ג. 100 .
4. א.  $\sphericalangle CBA = 90^\circ$  . ב.  $y = -x + 7$  . ג.  $O(2.2, 2.8)$  .  
 ד.  $(x - 2.2)^2 + (y - 2.8)^2 = 2.08$  . ה.  $2.6\pi \approx 8.168$  .
5. א. הוכחה. ב.  $BE = 8.75$  . ג.  $\sphericalangle EAC = 44.05^\circ$  . ד.  $\frac{R_{\triangle ABC}}{R_{\triangle EAC}} = \frac{4}{3}$  .

6. א. (1)  $x \neq 1, -2$  (2)  $x = 1, x = -2, y = 3$  (3)  $(0, 0)$ .

(4)  $\max(0, 0)$ ,  $\min(4, \frac{8}{3})$  עלייה:  $x > 4$  או  $-2 < x < 0$  או  $x < -2$ .

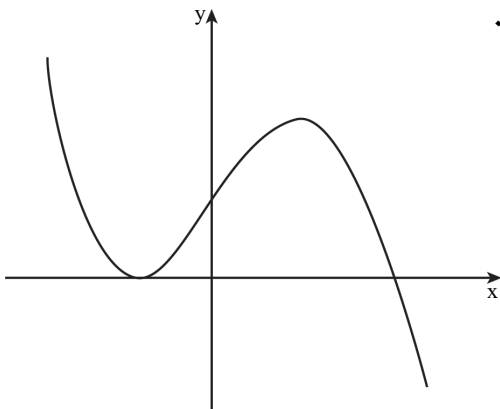
ירידה:  $0 < x < 1$  או  $1 < x < 4$ .



ג. כן,  $(2, 3)$  . ד.  $c = 2$ .

7. א.  $(0, a)$  . ב.  $\max(3, a + 18)$ ,  $\min(-3, a - 18)$  . ג.  $a = 18$ .

ד.  $\max(3, 36)$ ,  $\min(-3, 0)$  . ה.



ו. (1) 20.25 יח"ר. (2) הוכחה.

8. א. (1)  $B(-t, \sqrt{25-t^2})$  (2)  $S_{\Delta ABO} = t\sqrt{25-t^2}$  . ב.  $t = \sqrt{12.5}$ .



## מבחן דוגמה מספר 5

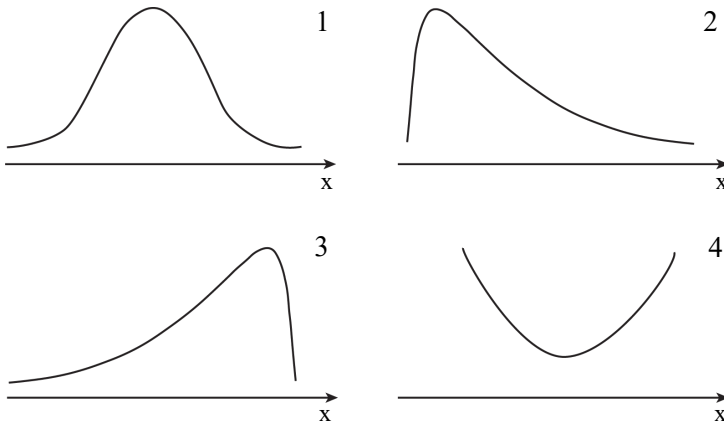
### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. מבחן מסכם של קורס א באוניברסיטה היה קשה מהרגיל.

רוב הציונים היו נמוכים ומעט ציונים היו גבוהים.

במבחן המסכם של קורס ב התפלגות הציונים הייתה נורמלית.

לפניכם ארבעה גרפים של התפלגות הציונים במבחן.



א. איזה מבין הגרפים יכול לתאר את התפלגות ציוני המבחן המסכם של קורס א

ואיזה מתאים לקורס ב?

ב. קבע, לגבי כל אחד מההיגדים הבאים,

לאיזה מהגרפים שבסרטוט הוא מתאים, נמק את קביעתך:

(1) רוב הציונים גבוהים, מעט ציונים נמוכים.

(2) הרבה ציונים גבוהים, הרבה ציונים נמוכים, מעט ציוני ביניים.

ג. בקורס שבו הציונים מתפלגים נורמלית

ידוע שציון התקן המתאים ל-76 הוא 0.

(1) מהו הממוצע של הציונים בקורס זה?

(2) מהו החציון של הציונים בקורס זה?

2. במחקר שנועד לבדוק את ההשפעה של קורס לגמילה מעישון,

השתתפו 9 מעשנים שנכחו בקורס.

בעבור כל אחד מהם נמדדה צריכת הסיגריות היומית לפני הקורס (X),

וצריכת הסיגריות היומית לאחר שבוע מתחילת הקורס (Y).

הנתונים שהתקבלו מפורטים בטבלה שלפניכם:

40	30	28	25	22	22	20	15	5	צריכת הסיגריות היומית לפני הקורס - X
30	30	24	22	22	20	19	10	3	צריכת הסיגריות היומית לאחר שבוע מתחילת הקורס - Y

א. חשבו את ממוצע צריכת הסיגריות היומית למשתתף במחקר לפני הקורס ואת ממוצע צריכת הסיגריות היומית למשתתף במחקר לאחר שבוע מתחילת הקורס.

ב. סרטטו דיאגרמת פיזור של Y כתלות ב-X (כל משבצת במחברת מייצגת 2 סיגריות ליום).

ג. על פי הדיאגרמה שסרטטתם, בחרו במקדם המתאם המתאים לנתונים מבין המספרים שלפניכם, ורשמו אותו:  $r = 1$ ,  $r = 0.949$ ,  $r = 0.212$ ,  $r = -0.633$ .

נתונות סטיות התקן  $S_X = 9.226$ ,  $S_Y = 8.26$ .

ד. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי Y על פי X.

ה. אלעד מעשן 21 סיגריות ביום. הוא רוצה להשתתף בקורס לגמילה מעישון. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו הניבוי לצריכת הסיגריות היומית שלו לאחר שבוע מתחילת הקורס?

3.

בבית מחסה לבעלי חיים מטפלים בכלבים ובחתולים בלבד.

40% מבעלי החיים מבעלי החיים בבית המחסה הם חתולים, והשאר הם כלבים.



מחצית מבעלי החיים בבית המחסה הם בוגרים, והשאר הם צעירים.

מספר הכלבים הצעירים בבית המחסה גדול פי 2 ממספר הכלבים הבוגרים שם.

א. בוחרים באקראי בעל חיים מבין כל בעלי החיים בבית המחסה.

מהי ההסתברות שייבחר כלב בוגר?

ב. בוחרים באקראי חתול מבין כל החתולים בבית המחסה.

מהי ההסתברות שייבחר חתול בוגר?

נתון כי בבית המחסה יש 16 כלבים בוגרים.

ג. כמה חתולים יש בבית המחסה?

משפחת לוי החליטה לאמץ שני חתולים מבית המחסה.

היא בחרה באקראי, זה אחר זה (ללא החזרה), בשני חתולים מבין כל החתולים

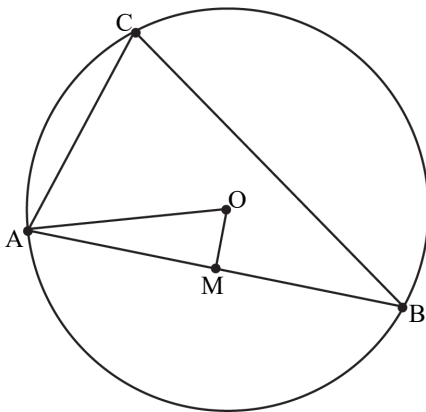
שבבית המחסה.

ד. מהי ההסתברות ששני החתולים שבחרה משפחת לוי הם בוגרים?

בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## פרק שני – גיאומטריה

4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.



נתון:  $MO \perp AB$

א. הוכח:  $\angle ABC = \angle AOM$

נתון בנוסף:  $MO = 8$  ס"מ

$\angle ACB = 72^\circ$

ב. מהו אורך הרדיוס של המעגל?

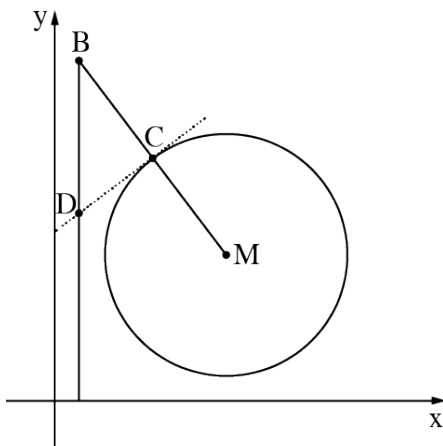
ג. מהו האורך של צלע AB?

עוד נתון:  $AC = 18$  ס"מ

ד. חשב את הגודל של  $\angle CAB$ .

ה. מהו השטח של המשולש ABC?

5. נתון מעגל שמרכזו  $M(7;6)$ . הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראו ציור).



נתון:  $MC = CB$ ,  $B(1;14)$

א. מצאו את משוואת המעגל.

ב. העבירו משיק למעגל בנקודה C.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

ד. מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה-x.

ה. המשיק והאנך נחתכים בנקודה D.

ו. הוכיחו כי המשולש BDM

הוא משולש שווה שוקיים.

ז. הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו


מנקודה B לציר ה-x. נתון:  $ME \parallel CD$ .

ח. הוכיחו כי  $MD = ED$ .


ט. הראו כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

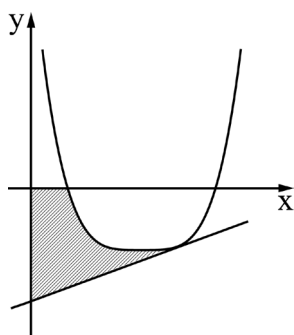
6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$ .

- א.  (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $-3 < x < 1$ .  
(2) הסתמך על הסרטוט בתת-סעיף ד(1) וחשב את השטח המוגבל  
על ידי גרף הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = -2$ .

7. לפניך סרטוט של גרף הפונקציה  $f(x) = (x-3)^4 - 16$ , המוגדרת לכל  $x$ .

- א.  מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

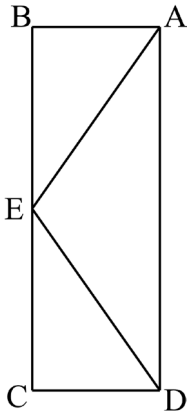
העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 4$ .




- ג. (1) מצא את משוואת המשיק.  
(2) חשב את השטח המוגבל  
על ידי גרף הפונקציה,  
על ידי המשיק,  
על ידי ציר ה- $x$   
ועל ידי ציר ה- $y$   
(השטח המסומן בסרטוט).



8. במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.



בתוך המלבן בנו משולש AED, 

כך שהקודקוד E נמצא

באמצע הצלע BC (ראה ציור).

נסמן ב- $x$  את אורך הקטע BE.

א. (1) הבע באמצעות  $x$  את אורך הקטע AE.

(2) מצא את אורכי צלעות המלבן

שבעבורן אורך הקטע AE

הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן

שמצאת בסעיף א.

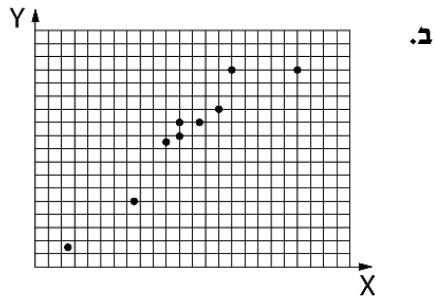
ב. חשב את שטח המשולש AED.

**תשובות למבחן דוגמה מספר 5:**

1. א. גרף 2 מתאים לקורס א, גרף 1 מתאים לקורס ב.

ב. (1) גרף 3. (2) גרף 4. ג. (1) 76. (2) 76.

2. א.  $\bar{Y} = 20$ ,  $\bar{X} = 23$ .



ג.  $r = 0.949$ . ד.  $y = 0.85x + 0.45$ . ה.  $18.3 \approx 18$ .

3. א. 0.2. ב. 0.75. ג. 32 חתולים. ג.  $\frac{69}{124} \approx 0.556$ .

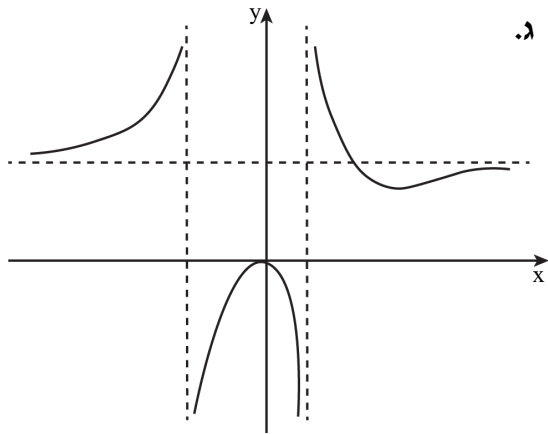
4. א. הוכחה. ב. 25.89 ס"מ. ג. 49.24 ס"מ.

ד.  $\angle CAB = 87.66^\circ$ . ה. 442.79 סמ"ר.

5. א.  $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 25$ . ב.  $y = \frac{3}{4}x + 7$ . ג. הוכחה. ד. הוכחה.

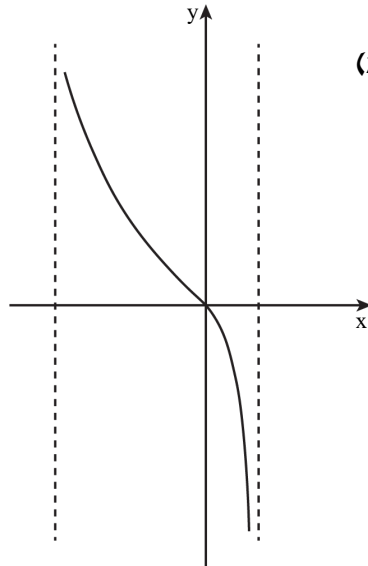
6. א. (1)  $x \neq -3, x \neq 1$  . (2)  $y = 1, x = -3, x = 1$  .

ב. מינימום,  $(0,0)$  מקסימום,  $(3, \frac{3}{4})$  .



(2)  $\frac{4}{3}$  .

ד. (1)




7. א. (1) מינימום,  $(3, -16)$  . ב.  $(1,0), (5,0)$  . ג. (1)  $y = 4x - 31$  . (2) 50.6 .

8. א. (1)  $\sqrt{5x^2 - 80x + 400}$  . (2) 16 ס"מ, 4 ס"מ . ב. 32 .



## מבחן דוגמה מספר 6

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- 1.** ביום ספורט בבית ספר מסוים נמצא כי ההישגים בקפיצה למרחק וההישגים בריצת 100 מטר מתפלגים נורמלית. 
- אלון קפץ למרחק של 4.9 מטר.  
ההישג הממוצע בקפיצה למרחק היה 4.6 מטר,  
וסטיית התקן הייתה 0.7 מטר.  
אלון רץ 100 מטר ב-11.8 שניות.  
ההישג הממוצע בריצת 100 מטר היה 12.6 שניות,  
וסטיית התקן הייתה 1.1 שניות.
- א.** (1) מהו אחוז התלמידים בבית הספר שהישגיהם בקפיצה למרחק פחות טובים מהישגו של אלון?
- (2) מהו אחוז התלמידים בבית הספר שהישגיהם בריצת 100 מטר פחות טובים מהישגו של אלון?
- ב.** אלון יכול לייצג את בית ספרו בתחרות הארצית במקצוע אחד בלבד. האם כדאי שאלון יתחרה בקפיצה למרחק או בריצת 100 מטר? נמק.

2. במחקר על הקשר בין טמפרטורת המים  $X$  לבין כמות המדוזות  $Y$ ,

נאספו 30 זוגות נתונים והתקבלו התוצאות הבאות:

$$S_Y = 2.5, \bar{Y} = 14, S_X = 3.5, \bar{X} = 26.5.$$

נערך ניבוי בעזרת ישר רגרסיה לכמות המדוזות לפי טמפרטורת המים.

א. מה יהיה הניבוי לכמות המדוזות כאשר טמפרטורת המים היא

הטמפרטורה הממוצעת  $26.5^\circ$ ?

נתון בנוסף כי מקדם המתאם הוא  $r = 0.8$ .

ב. לפניך שלושה היגדים (1-3). קבע אלו מההיגדים נכונים. נמק.

(1) מקדם המתאם לא מאפשר ניבוי טוב כי הוא קטן מ-1.

(2) ככל שהטמפרטורה יורדת, ננבא כמות גדולה יותר של מדוזות.

(3) ככל שהטמפרטורה עולה, ננבא כמות גדולה יותר של מדוזות.

ג. מצא את ישר הרגרסיה לניבוי כמות המדוזות לפי הטמפרטורה.

ד. על פי ישר הרגרסיה, מה יהיה הניבוי לכמות המדוזות ביום שבו טמפרטורת

המים היא  $33^\circ$ ?

3. בקופסה יש 20 כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, לבן ושחור

נתון: 40% מן הכדורים שבקופסה הם אדומים.

מספר הכדורים השחורים בקופסה גדול פי 3

ממספר הכדורים הלבנים בקופסה.

א. מהי ההסתברות להוציא מן הקופסה באקראי כדור לבן?

ב. הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו

והוציאו שוב האקראי כדור מן הקופסה.

מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

ג. מתוך הקופסה שבה 20 הכדורים,

הוציאו באקראי בזה אחר זה שני כדורים ללא החזרה.

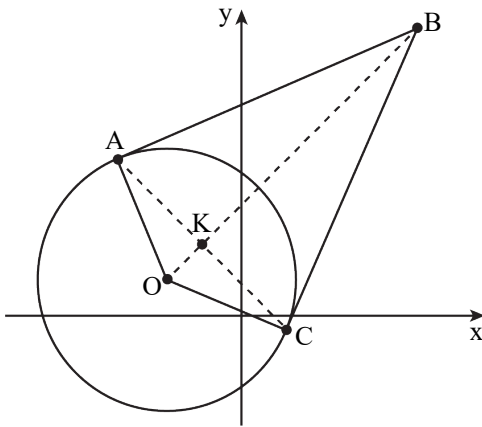
(1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

(2) אם ידוע ששני הכדורים שהוציאו הם בצבעים שונים,

מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו הוא לבן?

## פרק שני – גיאומטריה

4. AB ו-BC משיקים למעגל בנקודות A ו-C בהתאמה. O - מרכז המעגל.



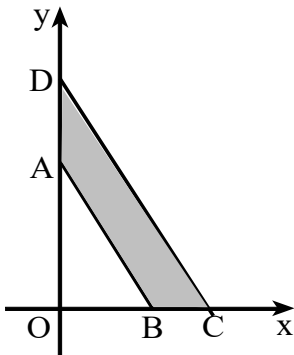
אלכסוני המרובע ABCO נפגשים בנקודה K.

- הוכיחו כי:  $OB \perp AC$ .
- הוכיחו כי המשולשים OAK ו-ABK דומים.

נתון:  $O(-2,1)$ ,  $B(8,11)$ ,  $K(-1,2)$ .

- חשבו את אורך הקטע AK.
- מצאו את משוואת המעגל.
- חשבו את היקף המרובע ABCO.

5. הישרים AB ו-CD שבציר מקבילים זה לזה. O - ראשית הצירים.



א. הוכיחו:  $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ .

ב. הסבירו בדרך גאומטרית מדוע המרובע ADCB הוא טרפז.

ג. נתון כי היחס בין שטח המשולש AOB לשטח הטרפז ADCB הוא 4:5.

(1) מהו היחס בין שטח המשולש AOB לשטח המשולש DOC?

(2) חשבו את יחס הצלעות AB:DC.

ד. נתון:  $A(0;6)$ ,  $C(6;0)$ .

(1) היעזרו באורכי הקטעים AO ו-CO,

וחשבו בעזרת דמיון המשולשים את אורכי הקטעים DO ו-BO.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-D.

(3) האם הטרפז ADCB הוא שווה שוקיים? נמקו.

ה. מצאו את שטח הטרפז ADCB.

ו. חשבו את זוויתו של הטרפז ADCB.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$ .



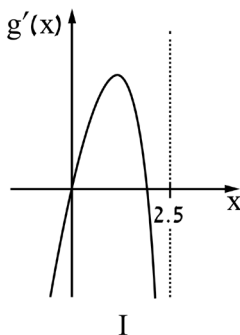
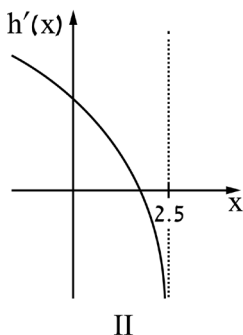
- א.**
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
  - (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
בתשובתכם השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
  - (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$ .  $c$  הוא פרמטר.
- נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  נמצאת על ציר ה- $x$ .
- ב.**
- (1) מצאו את  $c$ .
  - (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ג.** חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,  
על ידי הישר  $x = -3$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

7. לפניכם הגרפים של הפונקציות  $g'(x)$  ו- $h'(x)$ , שהן פונקציות הנגזרת

של הפונקציות  $g(x)$  ו- $h(x)$  בהתאמה.



פונקציות הנגזרת  $h'(x)$  ו- $g'(x)$  מוגדרות בתחום  $x < 2.5$ .



א. קבעו על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות

$g(x)$  ו- $h(x)$  בתחום  $x < 2.5$ . נמקו את תשובתכם.

(התייחסו בתשובתכם לחלק של הגרף המתואר בציור).

הפונקציה  $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$  מוגדרת בתחום  $x \leq 2.5$ .

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I)

הוא הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

קבעו מי מהם הוא הגרף של  $f'(x)$ . נמקו.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  ברביע הראשון.

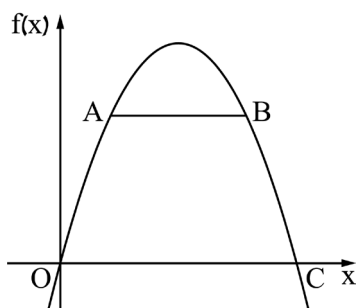


8. גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 4x$  עובר בראשית הצירים, O ,

וחותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראו ציור).



א. מצאו את שיעורי הנקודה C .



הנקודות A ו- B נמצאות על

גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון,

כמתואר בציור.

נסמן את שיעור ה- x

של הנקודה A ב- x .

נתון כי שיעור ה- x

של הנקודה B שווה ל-  $(4-x)$  .

ב. הסבירו מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .

ג. מצאו את שיעור ה- x של הנקודה A ,

שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

## תשובות למבחן דוגמה מספר 6:

1. א. (1) 66.6% . (2) 76.7% .

ב. בריצה, מאחר שאחוז התלמידים שהישגיהם פחות טובים מהישגו של אלון גדול יותר בריצה מאשר בקפיצה.

2. א. 14 מדוזות. ב. היגד (3). ג.  $y = \frac{4}{7}x - 1\frac{1}{7}$  . ד. 18 מדוזות.

3. א.  $\frac{3}{20}$  . ב. 0.385 . ג. (1)  $\frac{67}{190}$  . (2)  $\frac{17}{82}$  .

4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג.  $3\sqrt{2}$  . ד.  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 20$  . ה.  $16\sqrt{5} \approx 35.78$  .

5. א. הוכחה.

ב. נתון  $AB \parallel DC$  . בנוסף,  $AD \neq BC$  (הרי המשכיהם נפגשים בראשית הצירים,

כלומר אינם מקבילים). ולכן המרובע ADCB הוא טרפז.

ג. (1) 4:9 . (2) 2:3 . ד. (1)  $BO = 4$  ,  $DO = 9$  . (2)  $B(4;0)$  ,  $D(0;9)$  . (3) לא.

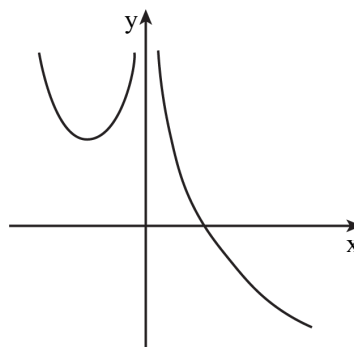
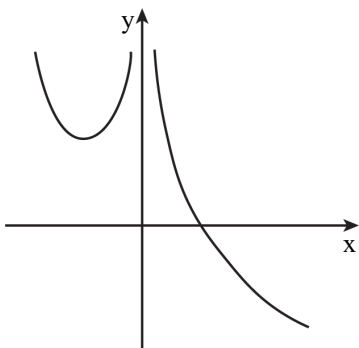
ה. 15 . ו.  $33.69^\circ$  ,  $56.31^\circ$  ,  $123.69^\circ$  ,  $146.31^\circ$  .

6. א. (1)  $x \neq 0$  . (2)  $(-1,9)$  מינימום. (3)  $(0.79,0)$  .

ב. (1) -9 .

(4)

(2)



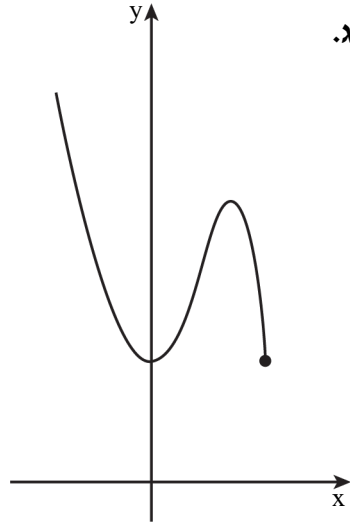
ג. 8 .

7. א. לפונקציה  $g(x)$  שתי נקודות קיצון פנימיות.

לפונקציה  $h(x)$  נקודת קיצון פנימית אחת.

ב. מיינימום  $(2.5, 3)$ , מקסימום  $(2, 7)$ , מיינימום  $(0, 3)$ .

ד. גרף I. ה. ה. 4.



8. א.  $(4, 0)$ . ב. הוכחה. ג.  $\frac{4}{3}$ .



## מבחן בגרות מספר 7

### קיץ תש"ף, מועד א, 2020

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. לפניך טבלה המייצגת התפלגות השכר בש"ח ליום עבודה של עובדי מפעל א'.

180	220	300	שכר ביום בש"ח
20	13	7	מספר עובדים



- א. חשבו את המדדים הבאים של מפעל א' :
- (1) השכר השכיח ליום והשכר החציוני ליום.
  - (2) השכר הממוצע ליום.
  - (3) הטווח וסטיית התקן של השכר ליום.
- ב. במפעל ב' שבו אותו מספר עובדים כמו במפעל א' המדדים הם :
- השכר הממוצע ליום זהה למפעל א'. השכר השכיח ליום הוא 200 ש"ח .  
השכר החציוני ליום הוא 218 ש"ח. סטיית התקן היא 15.7 ₪.
- (1) באיזה מפעל יש הבדלי שכר גדולים יותר בין העובדים? נמקו.
  - (2) האם במפעל ב' השכר הנמוך ביותר הוא 210 ש"ח? נמקו.
  - (3) האם במפעל ב' רוב (יותר ממחצית) העובדים מקבלים שכר גדול או שווה ל- 200 ש"ח ביום? נמקו.

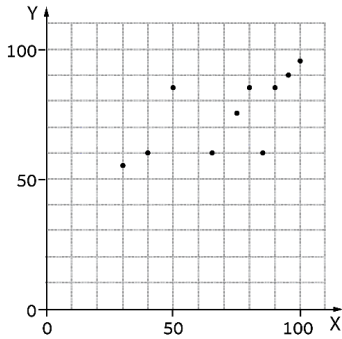
2. ידוע כי ביישוב מסוים 20% מהתושבים חולים בנגיף הקורונה. בית החולים

ערך בדיקות לכל התושבים. לפי הבדיקות שנערכו, 90% מהחולים אובחנו כחולים, ו- 10% מהבריאים אובחנו כחולים.



- א. מהי ההסתברות שתושב היישוב הוא חולה בנגיף הקורונה וגם אובחן כחולה?
- ב. חשבו את אחוז התושבים שאובחנו כחולים בנגיף.
- ג. מהו אחוז התושבים ביישוב שלגביהם בית החולים ביצע אבחנה שגויה? (אבחנה שגויה היא תוצאת בדיקה שלא תואמת את המצב הרפואי.)

3. תלמידי כיתה י"ב התבקשו לכתוב עבודה ולהגישה. הציון שקיבלו על העבודה



שוקלל בציון הסופי של כל תלמיד.



המורה רצתה לבדוק את הקשר בין

הציון על העבודה ובין הציון הסופי,

ולשם כך סרטטה את דיאגרמת

הפיזור של שני הציונים:

X - הציון על העבודה, Y - הציון הסופי.

הדיאגרמה שהתקבלה מתוארת

בתרשים שלפניכם.

א. האם אפשר להסיק מן הדיאגרמה הנתונה שכל תלמיד שקיבל ציון על העבודה ציון גבוה יותר מתלמיד אחר קיבל **בהכרח** ציון סופי גבוה יותר מן התלמיד האחר? נמקו.

ב. אחד מן המספרים שלפניכם הוא מקדם המתאם המתאים לקשר בין שני המשתנים. קבעו מיהו מבין המספרים האלה: 0.675, 0.999, -0.8, 1.6.

נתונים הממוצעים וסטיות התקן של שני המשתנים:

$$S_Y = 14, \bar{Y} = 75, S_X = 23, \bar{X} = 71$$

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון הסופי על פי הציון על העבודה. הוחלט להעלות את הציון הסופי של כל תלמיד ב-5 נקודות, ובעקבות העלאה זו התקבל ישר רגרסיה חדש.

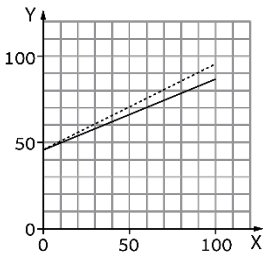
ד. (1) האם השתנתה סטיית התקן  $S_Y$  לאחר העלאת הציונים?

(2) אחד מן הגרפים I - III שבסוף השאלה מייצג את הישר הישן, שלפני

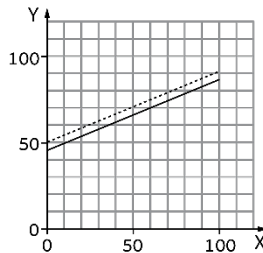
העלאת הציון הסופי (מסורטט בקו מלא), ואת הישר החדש, שאחרי

ההעלאה (מסורטט בקו מקווקו). קבעו מיהו הגרף, ונמקו.

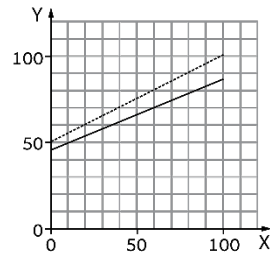
ה. אם קיים בכיתה תלמיד שהציון שלו על העבודה הוא 71, מה צריך להיות הציון הסופי שלו (לאחר ההעלאה בציון) כדי שהנקודה המייצגת את שני הציונים שלו תהיה על ישר הרגרסיה החדש?



III

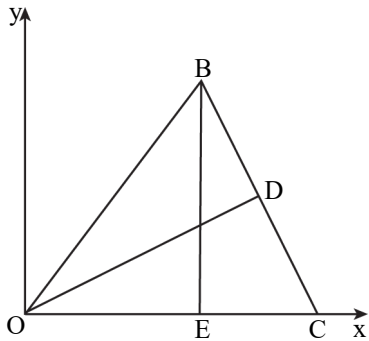


II



I

## פרק שני – גיאומטריה



4. במשולש OBC העבירו גבהים OD ו-BE

לצלעות BC ו-OC בהתאמה.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על ציר ה-x.

משוואת הישר BC היא:  $y = -2x + 20$ .

א. מצאו את אורך הצלע OC.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר OD.

(2) חשבו את גודל הזוויות החדות של

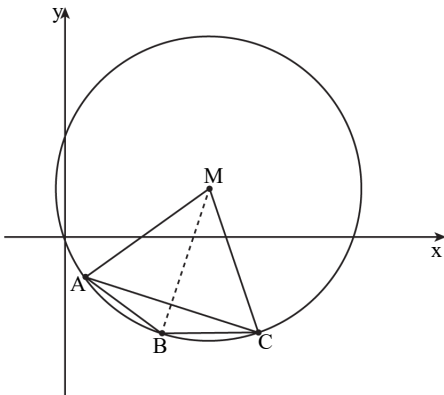
המשולש ODC.

ג. הוכיחו כי המשולשים BEC ו-ODC דומים.

ד. נתון:  $\frac{S_{BDC}}{S_{ODC}} = 0.8$ .

(1) חשבו את אורך הצלע BC.

(2) חשבו את שטח המשולש OBC.



5. במעגל שמרכזו M המיתרים

AB ו-BC שווים (ראה סרטוט).

א. הוכיחו: MB חוצה זווית AMC.

משוואת המעגל היא:

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$$

נתון:  $C(4, -2)$ ,

הישר BC מקביל לציר ה-x.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה B,

ואת אורך המיתר BC.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית BAC במשולש ABC החסום במעגל.

(2) חשבו פי כמה גדול שטח המשולש AMC משטח המשולש ABC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים ,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{x+2}$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. מצאו את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 ג. מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = x\sqrt{x+2} + k$ , הוא פרמטר  $k$ ,  
 (1) כתבו דוגמה לערך הפרמטר  $k$ , עבורו  $g(x)$  לא חותכת את ציר ה- $x$ .  
 (2) עבור ערך ה- $k$  שכתבת בסעיף הקודם, רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .

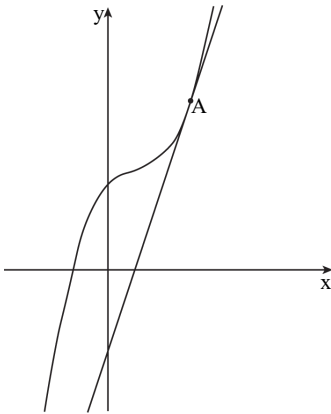


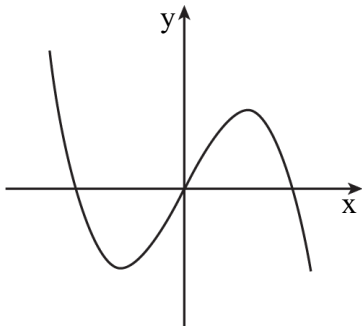
7. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + b$ , הוא פרמטר  $b$ .

א. הראו כי לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות קיצון.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה  $A$  הנמצאת ברביע הראשון (ראו סרטוט).  
 ידוע כי שיפוע המשיק הוא 3, ושיעור ה- $y$  של נקודה  $A$  שווה ל-2.

- ב. (1) מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודה  $A$ .  
 (2) מצאו את משוואת המשיק.  
 (3) מצאו את  $b$ .  
 ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , המשיק והצירים (השטח המסומן בסרטוט).





8. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

בציור שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

המוגדרת גם היא לכל  $x$ .

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

חותך את ציר ה- $x$

בנקודות  $(-2,0)$ ,  $(2,0)$

ובראשית הצירים.

א. רשמו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן. נמקו.

ב. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ . נמקו.

ג. ידוע כי הפונקציה  $f(x)$  זוגית ועוברת בנקודות  $(-3,0)$ ,  $(2,6)$ ,  $(0,2)$ .

(1) רשמו את הערך  $f(-2)$ . נמקו.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

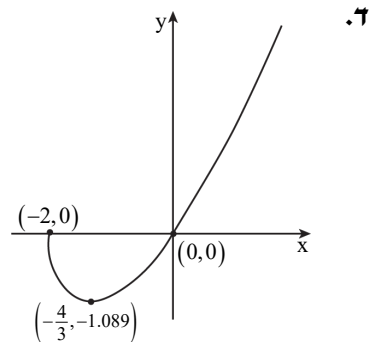
ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ציר ה- $x$

והישרים  $x = -2$ ,  $x = 2$ .



תשובות למבחן בגרות מספר 7 – קיץ תש"ף, מועד א, 2020:

1. א. (1) שש, 180, 200. ב. (2) 214. ג. (3) שש, 120, 43.41.  
 ב. (1) מפעל א'. (2) לא. (3) כן.
2. א. 0.18. ב. 26%. ג. 10%.
3. א. לא. ב.  $r = 0.675$ . ג.  $y = 0.41x + 45.89$ .  
 ד. (1) לא השתנה. (2) גרף II. ה. 80.
4. א. 10. ב. (1)  $y = \frac{1}{2}x$ . ג. (2)  $\angle DOC = 26.565^\circ$ ,  $\angle DCO = 63.435^\circ$ .  
 ג. הוכחה. ד.  $4\sqrt{5}$  (1). 40 (2).
5. א. הוכחה. ב. (1)  $y = -2$ . ג. (2)  $BC = 2$ ,  $B(2, -2)$ . ג. (1)  $18.43^\circ$ . (2) פי 4.
6. א.  $x \geq -2$ . ב.  $(0, 0)$ ,  $(-2, 0)$ . ג. מינימום,  $(-\frac{4}{3}, -1.089)$ , מקסימום  $(-2, 0)$ .



- ה. (1) לדוגמה:  $k = 2$ . (2)  $(-2, 2)$  מקסימום,  $(-\frac{4}{3}, 0.911)$  מינימום.

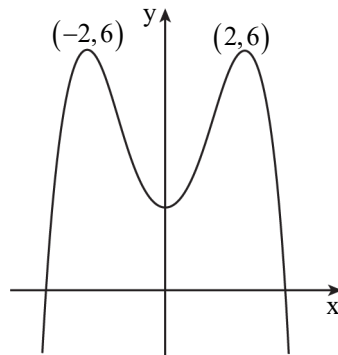
7. א. הוכחה. ב.  $x_A = 1$  (1) כי A ברביע הראשון. (2)  $y = 3x - 1$ . (3)  $b = 1$ .

ג.  $\frac{2}{3}$ .

8. א. מקסימום  $x = 2$ , מינימום  $x = 0$ , מקסימום  $x = -2$ .

ב. תחומי עלייה:  $0 < x < 2$  או  $x < -2$ ; תחומי ירידה:  $x > 2$  או  $-2 < x < 0$ .

ג. (1)  $f(-2) = 6$  (2)



ד. 8.



## מבחן בגרות מספר 8

קיץ תש"ף, מועד ב, 2020

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. חקלאית בעלת מטע עצי שזיף התעניינה בקשר הלינארי שבין קוטר השזיפים

(המשתנה  $x$ ) ובין משקלם (המשתנה  $y$ ). היא בחרה באקראי 4 שזיפים,

מדדה את הקוטר (במילימטרים) של כל אחד מהם,

ומדדה את המשקל (בגרמים) של כל אחד מהם.

נמצא כי  $S_y < S_x$  (סטיית התקן של משתנה הקוטר גדולה מסטיית התקן

של משתנה המשקל) וכי מקדם המתאם הוא  $r = 0.8$ .

לאחר מכן חישה החקלאית את ישר הרגרסיה לניבוי משקלם

של השזיפים לפי קוטרם.

א. (1) הביעו באמצעות  $S_x$  ו- $S_y$  את שיפוע ישר הרגרסיה.

(2) האם השיפוע של ישר הרגרסיה גדול מ-1 או קטן מ-1?

נמקו את תשובתכם.

שזיף	המשקל ( $y$ )
א	70
ב	70
ג	80
ד	?

נתון כי ישר הרגרסיה לניבוי

משקל השזיפים לפי קוטרם

הוא  $y = \frac{3}{4}x + 15$ , וכי  $\bar{x} = 80$ .

לפניכם טבלה, ובה נתונים

על המשקל של שלושה

מתוך ארבעת השזיפים שנבחרו.

ב. (1) מצאו את המשקל של שזיף ד.

(2) מצאו את סטיית התקן של משקל השזיפים.

(3) מצאו את סטיית התקן של קוטר השזיפים.

2. בבית ספר מסוים נערכה בחינת מתכונת במתמטיקה שתוצאותיה

מתפלגות נורמלית.



• לבחינת המתכונת ניגשו 300 תלמידים.

• 20% מהציונים נמוכים מהציון 60.

• הציון הממוצע בבחינה הוא 75.

א. חשבו את סטיית התקן של הציונים של בחינת המתכונת.

בבית ספר החליטו שכל התלמידים שהציון שלהם בבחינה נמוך מ-55 יקבלו שיעורי עזר.

ב. כמה תלמידים (בערך) יקבלו את שיעורי העזר?

במסגרת התנדבות בבית הספר הציעו ל-38 התלמידים המצטיינים,

בעלי הציונים הגבוהים ביותר, לעזור לתלמידים מתקשים.

ג. מהו הציון המינימלי הנדרש להצטיינות?

3. בכיתה יש 30 תלמידים, מתוכם 12 בנים והשאר בנות.

ל-9 בנים בכיתה יש רישיון נהיגה, ול-12 בנות בכיתה יש רישיון נהיגה.



בוחרים באקראי תלמיד (בן/בת) מהכיתה.

א. (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה?

(2) ידוע שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה.

מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ב. מוציאים מהכיתה באופן אקראי תלמיד (בן/בת) ואחרי זה הוא חוזר לכיתה. באופן זה מוציאים תלמיד נוסף.

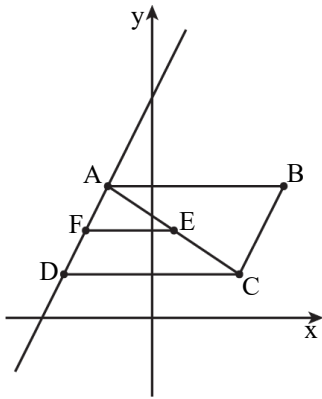
מהי ההסתברות שבשתי ההוצאות יצא תלמיד (בן/בת) עם רישיון נהיגה?

ג. בהמשך נוספו ל-30 התלמידים בכיתה עוד 5 תלמידים (בנים/בנות).

לאחר בדיקה התברר שההסתברות לבחור בן באופן אקראי לא השתנתה.

כמה בנים וכמה בנות יש בכיתה לאחר השינוי?

## פרק שני – גיאומטריה



4. במקבילית ABCD נקודה F היא אמצע

הצלע AD. 

אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה E.

א. (1) הוכיחו כי  $FE \parallel DC$

(2) הוכיחו כי המשולשים AEF ו-ACD

דומים, וחשבו את יחס שטחיהם.

נתון:  $C(4, 2)$ ,  $E(1, 4)$ ,  $D(-4, 2)$ .


ב. (1) מצאו את משוואת הישרים AD ו-DC.

(2) חשבו את גודל הזווית ADC.

ג. (1) חשבו את שטחי המשולשים AEF ו-ACD.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח הטרפז DFEC.

5. מרובע ABCD חסום במעגל. נתון:  $\angle BAD = \angle BCD$ .

א. הוכיחו: BD הוא קוטר במעגל. 

נתון:  $D(2, -2)$ ,  $C(0, 2)$ ,  $A(4, -2)$ .

ב. (1) הסבירו מדוע AB מקביל לציר ה-y.

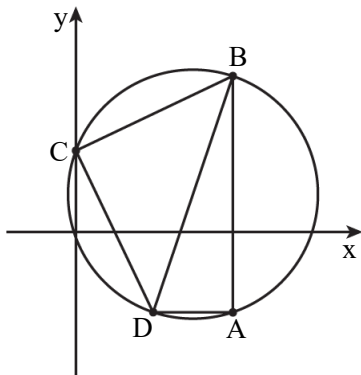
(2) מצאו את משוואת הישר BC.

(3) חשבו את שיעורי הנקודה B.

(4) מצאו את משוואת המעגל.

העבירו את האלכסון AC במרובע ABCD.

ג. חשבו את גודל הזווית ACB.



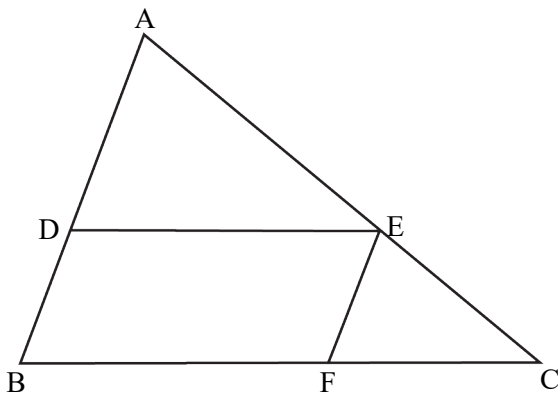
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = -2x \cdot \sqrt{-x^2 + 8}$ .

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .  
 (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. עבור אילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בדיוק בשתי נקודות?  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $-f(x)$ .

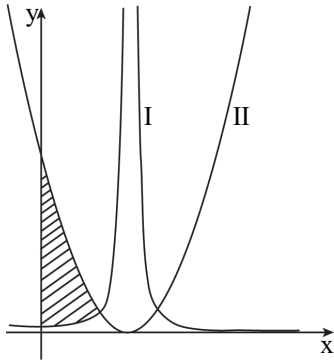


7. נתונה מקבילית DEF B שאורכי צלעותיה הם:  $BD = 40$  ס"מ,  $DE = 90$  ס"מ. נקודה A נמצאת על המשך הצלע BD ונקודה C נמצאת על המשך הצלע BF כך שהישר AC עובר דרך קודקוד E (ראה ציור).



- א. נסמן:  $AD = x$ .  
 היעזר בדמיון משולשים והבע באמצעות  $x$  את אורך הקטע FC.  
 ב. מצא את  $x$  שעבורו סכום הצלעות AB ו-BC הוא מינימלי.  
 ג. מצא את הסכום המינימלי של הצלעות AB ו-BC.

8. נתונות הפונקציות  $f(x) = (x-3)^2$ ,  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות.

בציור מוצגים גרפים

של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

ב. (1) התאימו לכל פונקציה

את הגרף שלה (I או II). נמקו.

(2) לאחת משתי הפונקציות הנתונות

יש אסימפטוטות המאונכות לצירים. מצאו אותן.

(3) הראו כי הגרפים של הפונקציות נפגשים בנקודה בה  $x = 2$ .

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$ ,  $g(x)$

וציר ה- $y$  (השטח המקווקו בציור).

תשובות למבחן בגרות מספר 8 – קיץ תש"ף, מועד ב, 2020 :

1. א. (1)  $0.8 \cdot \frac{S_y}{S_x}$  . (2) קטן מ-1 . ב. (1) 80 גרם . (2) 5 גרם . (3)  $5\frac{1}{3}$  מילימטר .

2. א. 17.86 . ב. 39 תלמידים (בערך) . ג. 95.36 .

3. א. (1) ההסתברות היא 0.3 . (2) ההסתברות היא  $\frac{2}{3}$  . ב. ההסתברות היא 0.49 .

ג. 14 בניס ו-21 בנות .

4. א. (1) הוכחה . (2) יחס הדמיון 1:4 . הוכחה .

ב. (1)  $y = 2 : DC$  ,  $y = 2x + 10 : AD$  . (2)  $\sphericalangle ADC = 63.43^\circ$  .

ג. (1)  $S_{\triangle ACD} = 16$  ,  $S_{\triangle AEF} = 4$  . (2) פי  $2\frac{2}{3}$  .

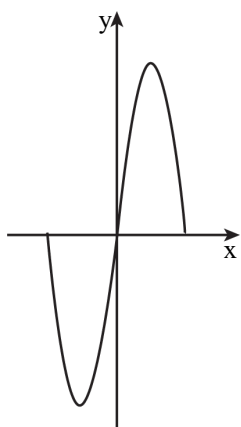
5. א. הוכחה .

ב. (1) הסבר . (2)  $y = \frac{1}{2}x + 2$  . (3)  $B(4, 4)$  . (4)  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$  . ג.  $71.56^\circ$  .



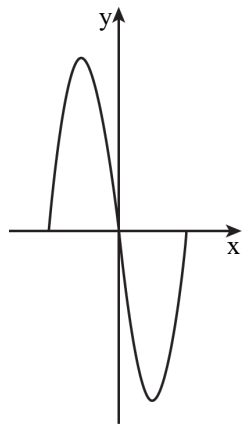
6. א. (1)  $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$  (2)  $(0,0)$ .

(3)  $(\sqrt{8},0)$  מקסימום,  $(2,-8)$  מינימום,  $(-\sqrt{8},0)$  מינימום.



ד. ג.  $0 < k < 8$  או

$-8 < k < 0$ .



ב.

7. א.  $\frac{3600}{x}$ . ב. 60 ס"מ =  $x$ . ג. 250 ס"מ.

8. א. (1)  $f(x)$  - כל  $x$ ,  $g(x) - x \neq 3$ .

(2)  $f(x)$ : תחום עלייה:  $x > 3$ , תחום ירידה:  $x < 3$ ,

$g(x)$ : תחום עלייה:  $x < 3$ , תחום ירידה:  $x > 3$ .

ב. (1)  $f(x)$  - גרף II,  $g(x)$  - גרף I.

(2) ל-  $g(x)$  יש אסימפטוטות המאונכות לצירים והן:  $x = 3$ ,  $y = 0$ .

(3) הוכחה. ג. 8.



## מבחן בגרות מספר 9

### חורף תשפ"א, 2021

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. הגובה של 2,000 מתגייסים בחודש מסוים מתפלג נורמלית. הגובה הממוצע של

המתגייסים באותו חודש הוא 170 ס"מ וסטיות התקן היא 10 ס"מ.

א. (1) מצאו את אחוז המתגייסים שגובהם מתחת ל- 180 ס"מ.

(2) מצאו את מספר המתגייסים (בערך) שגובהם מעל 180 ס"מ.

ב. מהו הגובה ש- $\frac{1}{5}$  מהמתגייסים נמצאים מתחתיו?

נסמן ב-  $h$  את הגובה שמצאתם בסעיף ב'.

ג. (1) בוחרים באקראי מתגייס. מהי ההסתברות שגובהו בין  $h$  ל- 180 ס"מ?

(2) בוחרים באקראי שני מתגייסים. מהי ההסתברות שהגובה של לפחות

אחד מהם הוא בין  $h$  ל- 180 ס"מ?



2. יוסי רכש שתי חבילות ממתקים.

בחבילה א': 8 שוקולדים, 6 חטיפים ו-4 מסטיקים.

בחבילה ב': 3 שוקולדים, 9 חטיפים ו-6 מסטיקים.

יוסי מטיל קובייה מאוזנת פעם אחת. אם מתקבל מספר גדול מ-4, יוסי בוחר

בחבילה א' ומוציא ממנה באקראי ממתק. אם מתקבל מספר אחר, יוסי בוחר

בחבילה ב' ומוציא ממנה באקראי ממתק.

א. חשבו את ההסתברות שהממתק שיוסי יוציא הוא שוקולד.

ב. ידוע שיוסי הוציא שוקולד, מהי ההסתברות שהוא בחר בחבילה א'?

ג. ידוע שיוסי לא הוציא שוקולד, מהי ההסתברות שיוסי הוציא מסטיק?



3. בחברה גדולה ערכו סקר :

רשמו את מספר הנדבקים בקורונה ביום ואת מספר העובדים מהבית בכל יום. מסמנים ב- $x$  את מספר הנדבקים היומי, וב- $y$  את מספר העובדים מהבית בכל יום.



נמצא כי:  $\bar{x} = 10$ ,  $\bar{y} = 25$ ,  $r = 0.65$ ,  $S_x = 1.2$ ,  $S_y = 2.3$ .

- א. מהי משוואת קו הרגרסיה?
- ב. על-פי קו הרגרסיה, כמה עובדים יעבדו מהבית ביום שבו יהיו 15 נדבקים?
- ג. מדוע, לדעתכם,  $r \neq 1$ ?
- ד. מוסיפים לסקר נתונים של 15 ימים נוספים. בכל אחד מהימים הנוספים יש 10 נדבקים חדשים, ו-25 עובדים מהבית. מהי ההשפעה של הנתונים החדשים על כל אחד מהגדלים הבאים, נמקו את תשובתכם:

(1)  $\bar{x}$

(2)  $\bar{y}$

(3)  $S_x$

(4)  $S_y$

פרק שני – גיאומטריה

4.

במלבן ABCD הקודקוד B נמצא על ציר ה- $y$ ,

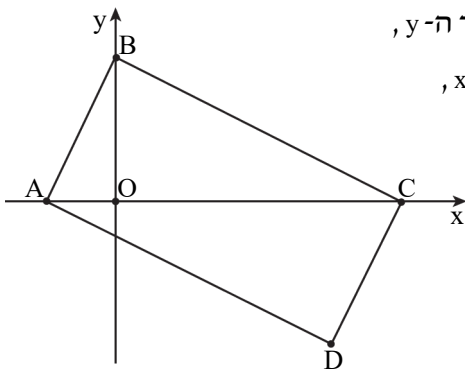
והקודקודים A ו-C נמצאים על ציר ה- $x$ , כמתואר בציור.



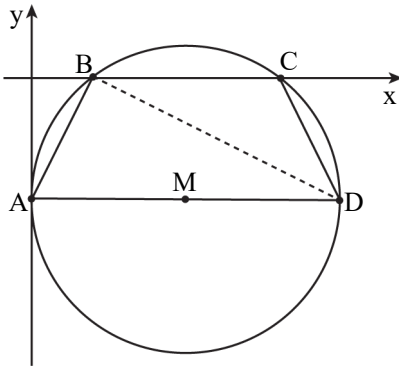
O - ראשית הצירים.

נתון:  $AO = 3$ ,  $\tan \angle BAO = 2$ .

- א. מצאו את משוואת הישר AB.
- ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC. (2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.
- ג. (1) הוכיחו כי המשולשים AOB ו-CDA דומים. (2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים AOB ו-CDA.



5. המרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו M. ציר ה-y משיק למעגל בנקודה A,



והמעגל חותך את ציר ה-x בנקודות B ו-C. AD הוא קוטר במעגל (ראו ציור).

א. הסבירו מדוע  $AD \parallel BC$ .

נתון:  $A(0, -4)$ , ורדיוס המעגל שווה ל-5.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

ג. (1) מצאו את שיעורי

הקודקודים B, C ו-D.

(2) הראו כי  $AB = CD$ .

ד. (1) חשבו את גודל הזווית BAD.

(2) מצאו את גודל הזווית BCD. נמק.

### פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{(x+3)^2}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. מצאו את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = -f(x)$ .

ענו על סעיף ו' על סמך הסעיפים הקודמים.

ו. (1) רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

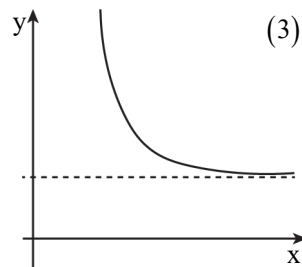
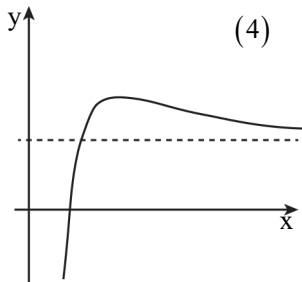
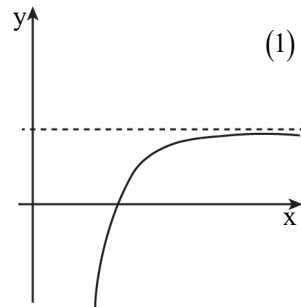
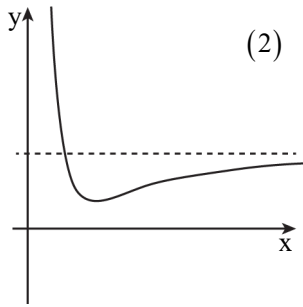
7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2}{x^2} + b$  בתחום  $x > 0$ ,  $b$  הוא פרמטר.

הישר  $y = 4$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה.



א. מצאו את  $b$ .

ב. איזה מן הגרפים (1)–(4) שלפניכם הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ? נמקו.



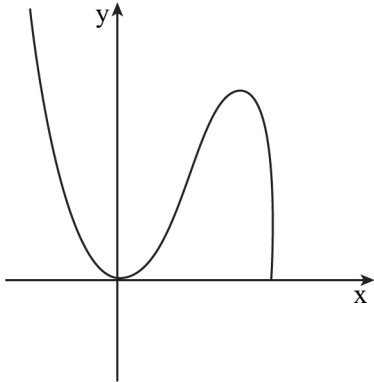
בתחום הנתון העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק שווה ל-4.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , המשיק, ציר ה- $x$

והישר  $x = 4$ .

8. בצירור שלפניכם מוצג גרף הפונקציה  $f(x) = x^2\sqrt{10-4x}$



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את השיעורים של נקודות

הקיצון הפנימיות של הפונקציה,

וקבעו את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה:

$$x^2\sqrt{10-4x} = 5$$

נמקו את תשובתכם.



ידוע כי לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה הנתונה

יש אסימפטוטה אנכית  $x = 2.5$ .

תחום ההגדרה של  $f'(x)$  :  $x < 2.5$ .

ב. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של  $f'(x)$ .

(2) סרטטו את הסקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  וציר ה- $x$ ,

בתחום  $-1 \leq x \leq 0$ .

תשובות למבחן בגרות מספר 9 – חורף תשפ"א, 2021 :

1. א. (1) 84.13% . ב. (2) 317 . ג. 161.6 ס"מ . ד. (1) 0.6413 . ה. (2) 0.8713 .

2. א.  $\frac{7}{27}$  . ב.  $\frac{4}{7}$  . ג. 0.4 .

3. א. משוואת קו הרגרסיה, לניבוי מספר העובדים מהבית בכל יום  $y$ ,

על פי מספר הנדבקים היומי בקורונה  $x$ , היא  $y = 1.246x + 12.54$  . ב. 31 .

ג. ניתן להעלות מספר השערות לכך שמקדם המתאם אינו דטרמיניסטי  $r \neq 1$  :

1. מעבר למספר עובדים מסוים, ישנה אפשרות שאף אחד לא ירצה

להגיע לעבודה.

2. למספר עובדים מסוים שנדבקו, ייתכן ולא יהיה כלל חשש

מלהגיע לעבודה.

3. ישנם גורמים נוספים שעשויים להשפיע על ההגעה לעבודה: מזג אוויר,

שירותי תחבורה ציבורית, מדיניות ארצית (הגבלות, סגרים, אכיפה,

מערכת החינוך...), מדיניות של הנהלת החברה, וכדומה.

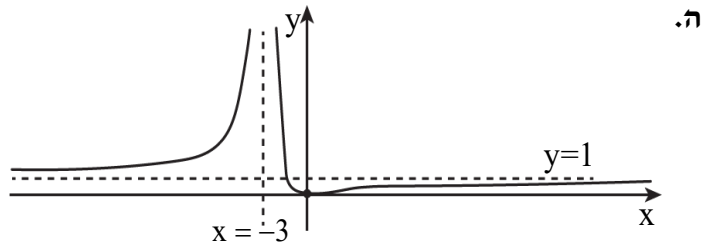
ד. (1) אין שינוי ב- $\bar{x}$  . (2) אין שינוי ב- $\bar{y}$  . (3)  $S_x$  קטנה . (4)  $S_y$  קטנה .

4. א.  $y = 2x + 6$  . ב. (1)  $y = -\frac{1}{2}x + 6$  . (2)  $C(12, 0)$  . ג. (1) הוכחה . (2)  $\frac{1}{5}$  .

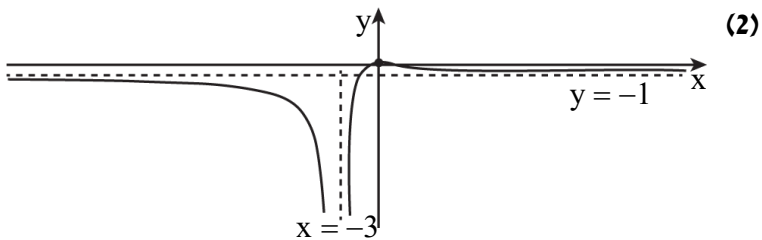
5. א. הסבר . ב.  $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 25$  . ג. (1)  $D(10, -4)$ ,  $C(8, 0)$ ,  $B(2, 0)$  .

(2) הוכחה . ד. (1)  $63.43^\circ$  . (2)  $116.57^\circ$  .

6. א.  $x \neq -3$  . ב.  $y = 1$  ו-  $x = -3$  . ג.  $(0,0)$  . ד. מינימום  $(0,0)$ .



ו. (1)  $y = -1$  ו-  $x = -3$ .

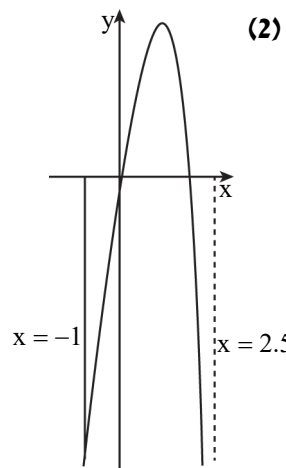


7. א.  $b = 4$  . ב. גרף (3) . ג.  $y = -4x + 10$  . ד. 9.

8. א. (1)  $x \leq 2.5$  . (2)  $(2, 4\sqrt{2})$  מקסימום,  $(0,0)$  מינימום. (3) 3 פתרונות.

ב. (1) תחומי חיוביות:  $0 < x < 2$  , תחומי שליליות:  $2 < x < 2.5$  או  $x < 0$ .

ג.  $\sqrt{14}$ .







## מבחן בגרות מספר 10

### קיץ תשפ"א, מועד א, 2021

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. במדינה מסוימת הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה פרסמה דוח בנושא רווחת

התושבים בני 25 – 69.

על פי נתוני הדוח, 40% מתושבי המדינה הם בעלי תואר אקדמי



והשאר ללא תואר אקדמי.

75% מתוך בעלי התואר האקדמי מרוצים ממצבם הכלכלי.

80% מבין אלה שלא מרוצים ממצבם הכלכלי הם ללא תואר אקדמי.

א. בוחרים באקראי תושב המדינה.

חשבו את ההסתברות שהוא בעל תואר אקדמי ומרוצה ממצבו הכלכלי.

ב. (1) מהו אחוז התושבים המרוצים ממצבם הכלכלי?

(2) ידוע כי נבחר תושב שמרוצה ממצבו הכלכלי.

מהי ההסתברות שהוא ללא תואר אקדמי?


ג. דניאל הוא תושב עם תואר אקדמי.

מיכאל הוא תושב ללא תואר אקדמי.

ההסתברות של מי מהם להיות מרוצה ממצבו הכלכלי גדולה יותר?

נמקו.

2. בבניין יש מספר זוגי של דירות בשכירות.

שכר הדירה החודשי הממוצע הוא 2,800 ₪,   
שכר הדירה החודשי השכיח (היחיד) הוא 2,600 ₪,  
שכר הדירה החודשי החציוני הוא 2,650 ₪.

א. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו.

(1) שכר הדירה הנמוך ביותר הוא 2,625 ₪.

(2) שכר הדירה הגבוה ביותר הוא 2,800 ₪.

(3) שכר הדירה של מחצית מהדירות גדול או שווה ל-2,650 ₪.

ידוע שבבניין יש 4 דירות בשכירות.

ב. (1) הסבירו מדוע לא ייתכן שיש 3 דירות ששכר הדירה של כל אחת מהן הוא 2,600 ₪.

(2) הסבירו מדוע יש דירה אחת ששכר הדירה שלה הוא 2,700 ₪.

(3) חשבו את דמי השכירות של כל אחת מהדירות בבניין.

ג. בבניין הושכרו מספר דירות נוספות, כל אחת ב-2,800 ₪.

(1) האם אחרי שינוי זה הממוצע של שכר הדירה גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמקו.

(2) האם אחרי שינוי זה סטיית התקן של שכר הדירה גדלה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

3. מרצה באוניברסיטה רצתה לבדוק אם היעדרות משיעורים בקורס שנתי

(המשתנה  $x$ ) קשורה לינארית לציון במבחן הסופי (המשתנה  $y$ ).

נתון: ממוצע ההיעדרות מן השיעורים היה  $\bar{x} = 10$ , הציון הממוצע היה  $\bar{y} = 70$ ,

ומקדם המתאם היה שלילי ( $r < 0$ ).

המרצה מצאה את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  מ- $x$ .

א. אחת מן המשוואות 1-4 שלפניכם היא המשוואה שמצאה המרצה.

קבעו איזו מהן היא המשוואה, ונמקו את קביעתכם.

1.  $y = 10x - 30$

2.  $y = x + 60$

3.  $y = -2x + 70$

4.  $y = -2x + 90$

המרצה חישבה את סטיות התקן בעבור ההיעדרות מן השיעורים ובעבור הציונים

במבחן הסופי, וקיבלה:  $S_x = 4$ ,  $S_y = 10$ .

ב. חשבו את מקדם המתאם  $r$ .

ג. מהו מספר היעדרויות שישר הרגרסיה מנבא בעבורו ציון 80?

דוד, מרצה אחר, רצה לערוך את אותה בדיקה בנוגע לתלמידיו.

הוא מצא את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  מ- $x$ ,

וגילה כי בעבור כל מספר של היעדרויות – הישר מנבא תמיד את הציון 65.

ד. מצאו את ערכו של כל אחד מן המדדים שבתת-סעיפים (1)–(2)

בעבור התלמידים של דוד:

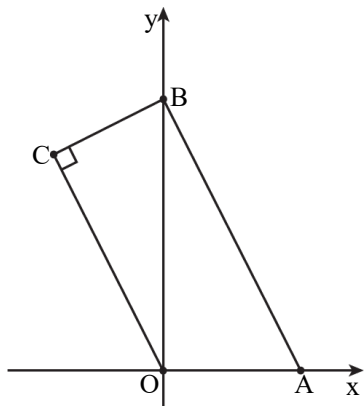
(1) שיפוע ישר הרגרסיה.

(2) הציון הממוצע ( $\bar{y}$ ).

ה. על פי הנתונים שבשאלה, האם אפשר למצוא את הממוצע של היעדרויות

התלמידים של דוד? נמקו את תשובתכם.

## פרק שני – גיאומטריה



4. המרובע ABCO הוא טרפז ישר זווית.

$$(\angle C = 90^\circ, AB \parallel OC)$$

משוואת הצלע AB היא  $y = -2x + 5$ ,

הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-x ועל ציר ה-y בהתאמה, O ראשית הצירים (כמתואר בציור).

א. (1) מצאו את משוואת הצלע BC.

(2) חשבו את שיעורי הקודקוד C.

ב. חשבו את גודל הזווית BOC.

ג. (1) הוכיחו כי המשולשים ABO ו-BOC דומים.

(2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים ABO ו-BOC.



5. מרובע ABCD חסום במעגל. נתון:  $\angle ABC = \angle ADC$ .

א. הוכיחו כי AC קוטר במעגל.

נתון:  $C(4, 2)$ ,  $A(0, -6)$

ידוע כי הקודקודים B ו-D

נמצאים על ציר ה-x (ראה ציור).

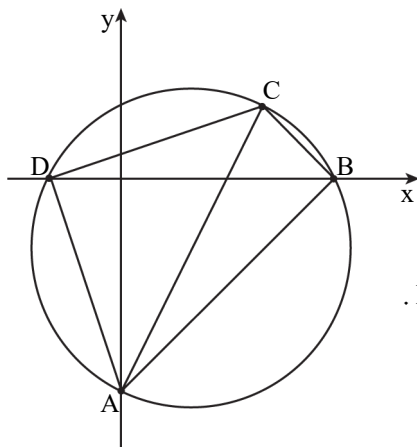
ב. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) חשבו את שיעורי הקודקודים B ו-D.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה E.

ד. הראו כי  $\frac{S_{EBA}}{S_{EBC}} = \frac{AE}{EC}$  (יחס שטחי המשולשים).



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{x+a}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודה בה  $x = -3$ .  
חשבו את הערך של  $a$ .



הציבו את הערך של  $a$  וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) עבור אלו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  אינו חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמקו.

נתונה הפונקציה  $g(x) = -2f(x)$ .

על פי תשובותיכם לסעיפים הקודמים, ענו על הסעיף הבא.

ד. (1) קבעו מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגיהן.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ .

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

ב. הראו כי  $x = -2$  היא נקודת חיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , הישרים  $x = -1$ ,  $x = -3$

וציר ה- $x$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - 4$ .

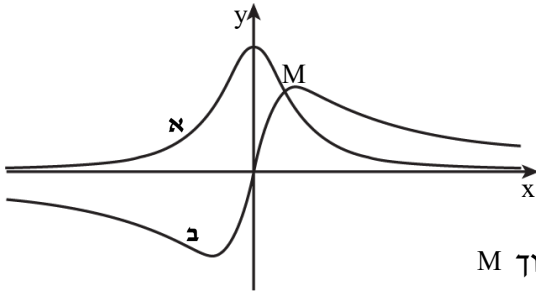
ה. (1) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגן.

(2) חשבו את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

והישרים  $x = 1$ ,  $x = 0$ .

8. לפניכם הגרפים של שתי הפונקציות:

$$g(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}, f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$$



המוגדרות לכל  $x$ .

א. קבעו איזה גרף מתאים

לאיזו פונקציה. נמקו.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך  $M$

של שתי הפונקציות.

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה- $y$  משמאל

לנקודת החיתוך  $M$ . הישר חותך את גרף

הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $A$  ואת גרף הפונקציה  $g(x)$

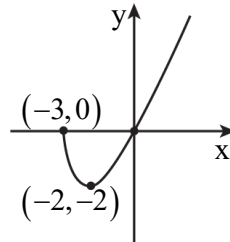
בנקודה  $B$ . נסמן ב- $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $A$ .

(1) הביעו באמצעות  $t$  את אורך הקטע  $AB$ .

(2) מצאו את ערכו של  $t$  עבורו אורך הקטע  $AB$  הוא מקסימלי.

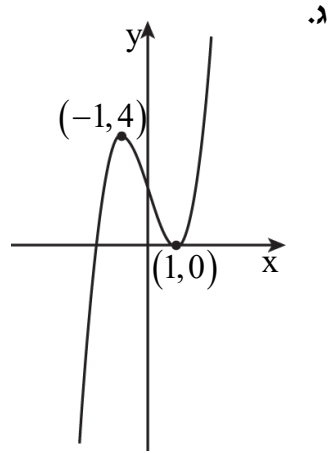
תשובות למבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשפ"א, מועד א, 2021:

1. א. 0.3 . ב. (1) 50% . (2) 0.4 . ג. דניאל.
2. א. (1) לא נכון. (2) לא נכון. (3) נכון. ב. (1) הסבר. (2) הסבר.
- (3) 3,300 ש, 2,700 ש, 2,600 ש, 2,600 ש. ג. (1) נותר ללא שינוי. (2) קטנה.
3. א. משוואה 4 . ב.  $r = -0.8$  . ג. 5 . ד. (1) 0 . (2) 65 .
- ה. על פי הנתונים שבשאלה, לא ניתן למצוא את ממוצע ההיעדרויות. נימוק .
4. א. (1)  $y = \frac{1}{2}x + 5$  . (2)  $C(-2, 4)$  . ב.  $26.565^\circ$  . ג. (1) הוכחה. (2)  $\frac{5}{4}$  .
5. א. הוכחה. ב. (1)  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$  . (2)  $D(-2, 0)$  ,  $B(6, 0)$  . ג.  $45^\circ$  .
- ד. הוכחה.
6. א.  $a = 3$  .
- ב. (1)  $x \geq -3$  . (2)  $(-3, 0)$  ,  $(0, 0)$  . (3)  $(-2, -2)$  מינימום,  $(-3, 0)$  מקסימום.
- ג. (1)  $k < -2$  (2)



- ד. (1) חיוביות-  $-3 < x < 0$  , שליליות-  $x > 0$  .
- (2)  $(-2, 4)$  מקסימום,  $(-3, 0)$  מינימום.

7. א. מינימום,  $(1, 0)$  מקסימום,  $(-1, 4)$ . הוכחה. ב.



ד. 9.5. ה. (1) מינימום,  $(1, -4)$  מקסימום,  $(-1, 0)$ . (2) 4.

8. א. גרף א-  $f(x)$ , גרף ב-  $g(x)$ . ב.  $M(0.75, 1.92)$ .

ג. (1)  $\frac{3-4t}{t^2+1}$  (2)  $t = -0.5$ .





# מבחן בגרות מספר 11

## קיץ תשפ"א, מועד מיוחד, 2021

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בשקית א' יש 4 סוכריות טופי ו-2 סוכריות מנטה.

בשקית ב' יש 3 סוכריות טופי ו-3 סוכריות מנטה.

בחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי סוכריה אחת.

א. מהי ההסתברות להוציא סוכריית מנטה?

ב. ידוע שהוצאה סוכריית מנטה.

מהי ההסתברות שהסוכרייה הוצאה משקית א'?

משקית א', שיש בה 4 סוכריות טופי ו-2 סוכריות מנטה, מוציאים באקראי

ללא החזרה שתי סוכריות.

ג. חשב את ההסתברות שאחרי הוצאת שתי הסוכריות לא יישארו בשקית א'

סוכריות מנטה.



2. לפניך התפלגות מספר הפסילות של קופצים לגובה בתחרות :

4	3	2	1	0	מספר הפסילות
5	6	9	16	4	שכיחות



א. מהו המשתנה? קבע את סוג המשתנה : כמותי בדיד, כמותי רציף או איכותי.

ב. חשב את מדדי המרכז : ממוצע, חציון, שכיח.

ג. חשב את העשירון התחתון והעשירון העליון של מספר הפסילות.

ד. חשב את מדדי הפיזור של מספר הפסילות : טווח, סטיית תקן.

ה. לקבוצה התווספו עוד שלושה קופצים, שמספר הפסילות שלהם : 1, 1, 3.

(1) אילו מדדי מרכז יושפעו משינוי זה? הסבר. חשב מחדש מדדים אלו.

(2) האם העשירון העליון ו/או העשירון התחתון ישתנו?

(3) אילו מדדי פיזור יושפעו משינוי זה? חשב מחדש מדדים אלו.

3. אורך החיים הממוצע של מקרר הוא 10 שנים וסטיית התקן היא 3 שנים.

אורך החיים של מקרר מתפלג נורמלית.



א. מהי ההסתברות שאורך החיים של מקרר יהיה בין 11 שנים ל-14 שנים?

ב. מהו אורך החיים של מקרר שרק 10% מהמקררים גבוה ממנו?

ג. היצרן נותן אחריות להחלפת המקרר אם הוא מתקלקל במהלך השנה הראשונה שלאחר הרכישה.

(1) מהו אחוז המקררים שאורך החיים שלהם הוא עד שנה?

(2) בשנה מסוימת היצרן מכר 50,000 מקררים. כמה מקררים שנמכרו בשנה

זאת היצרן צפוי להחליף במסגרת האחריות?

ד. לפניך הטענות הבאות. קבע אילו מהן נכונות. נמק.

(1) אורך החיים החציוני של מקרר הוא 11 שנים.

(2) אחוז המקררים שאורך החיים שלהם מעל 13 שנים שווה לאחוז

המקררים שאורך החיים שלהם מתחת ל-7 שנים.

### פרק שני – גיאומטריה

4. במקבילית ABCD הצלע AD נמצאת על ציר ה-x.

הנקודה E נמצאת על הצלע AD,



וידוע כי  $AB = AE$ .

א. הוכח: BE חוצה את  $\angle ABC$ .

נתון:  $B(0, 4)$ ,  $A(-3, 0)$ ,

$\angle BEC = 90^\circ$ .

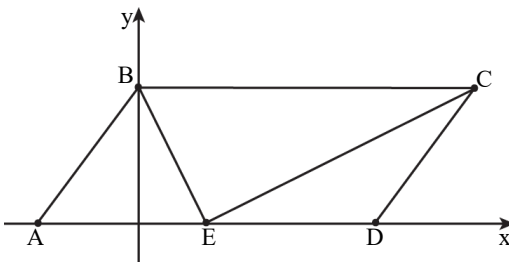
ב. (1) חשב את שיעורי הנקודה E.

(2) מצא את משוואת הישר EC.

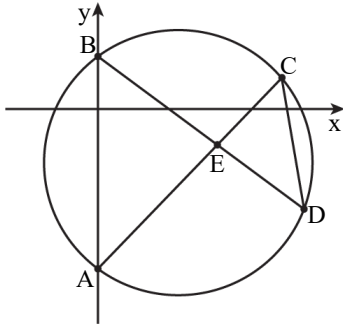
(3) מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. (1) חשב את גודל הזווית BCE.

(2) חשב את הגודל של זוויות הטרפז BCEA.



5. במעגל המיתרים AC ו-BD נפגשים בנקודה E, כמתואר בציור.



א. הוכח כי המשולשים ABE ו-DCE דומים.

משוואת המעגל הנתון היא:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$$

הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-y.

ב. חשב את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. העבירו מיתר AD. נתון:  $\angle CAD = 30^\circ$ .

א. חשב את אורך המיתר CD.

ב. חשב את היחס בין שטח המשולש ABE ובין שטח המשולש DCE.

### פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

#### של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{-x^2 + 4x - 3}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

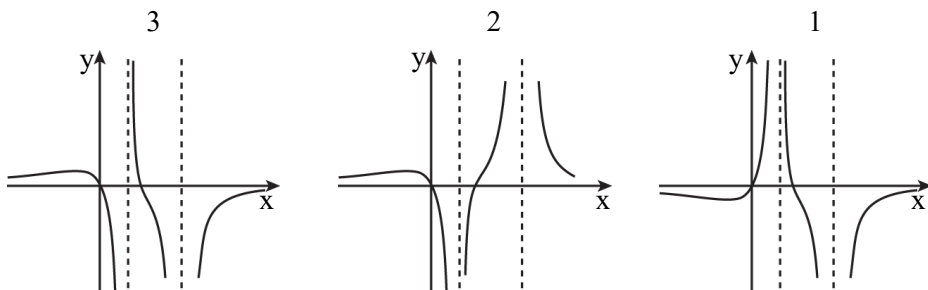
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

לפניך גרפים 1-3.

א. איזה מן הגרפים 1-3 הוא גרף הנגזרת  $f'(x)$ ? נמק.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת, על ידי ציר ה-x

ועל ידי הישר  $x = -2$ .



7. נתונה הפונקציה  $f(x) = ax^3 + 6x^2 - 9x$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = 1$ . חשב את הערך של  $a$ .  
הצב את הערך של  $a$  שמצאת וענה על הסעיפים הבאים:



- ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$ .

- ג. (1) רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.  
(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

8. בחצי מעגל שרדיוסו 10 ס"מ חסום

משולש שווה שוקיים  $ABO$ ,

כך שקודקוד הראש שלו

במרכז המעגל  $O$ ,

ובסיסו  $AB$  מקביל לקוטר.

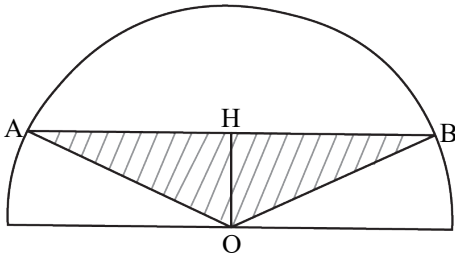
(ראה ציור).

נסמן ב- $x$  את גובה המשולש  $OH$ .

א. הבע באמצעות  $x$  את בסיס המשולש  $AB$ .

ב. מצא את הערך של  $x$  עבורו שטח המשולש  $ABO$  הוא מקסימלי.

ג. מצא את השטח המקסימלי של המשולש  $ABO$ .



תשובות למבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשפ"א, מועד מיוחד, 2021:

1. א.  $\frac{5}{12}$  . ב.  $\frac{2}{5}$  . ג.  $\frac{1}{15}$  .

2. א. המשתנה הוא מספר הפסילות. סוג המשתנה הוא כמותי בדיד.

ב. ממוצע: 1.8 פסילות, חציון: 1.5 פסילות, שכיח: פסילה אחת.

ג. עשירון עליון: 4 פסילות, עשירון תחתון: 0.5 פסילות.

ד. טווח: 4 פסילות, סטיית תקן: 1.187 פסילות.

ה. (1) הממוצע יקטן ל-1.791 פסילות, החציון יקטן ל-1 פסילות,

השכיח לא ישתנה.

(2) עשירון עליון לא ישתנה, עשירון תחתון לא ישתנה.

(3) הטווח לא ישתנה, סטיית התקן תקטן ל-1.173.

3. א. 0.279 . ב. 13.84 שנים . ג. (1) 0.13% . (2) 65 מקררים.

ד. (1) לא נכון . (2) נכון .

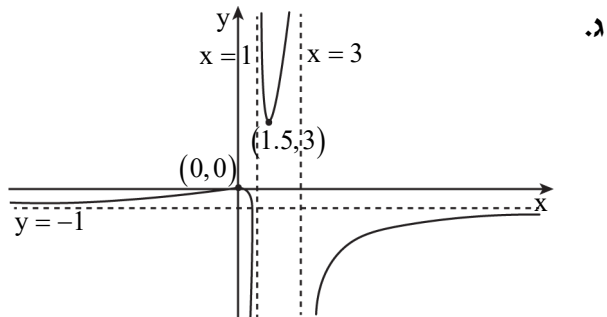
4. א. הוכחה . ב. (1)  $E(2,0)$  . (2)  $y = \frac{1}{2}x - 1$  . (3)  $C(10,4)$  .

ג. (1)  $\sphericalangle BCE = 26.565^\circ$  .

(2)  $\sphericalangle A = 53.13^\circ$  ,  $\sphericalangle B = 126.87^\circ$  ,  $\sphericalangle C = 26.565^\circ$  ,  $\sphericalangle E = 153.435^\circ$  .

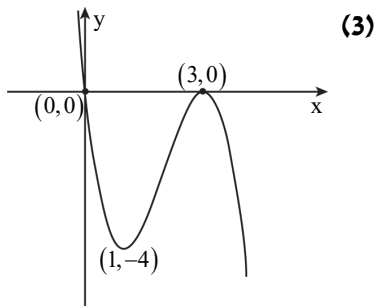
5. א. הוכחה . ב.  $A(0,-6)$  ,  $B(0,2)$  . ג. 5 . ד.  $\frac{64}{25}$  .

6. א. (1)  $x \neq 3, x \neq 1$  (2)  $y = -1, x = 3, x = 1$  ב. מינימום, (0,0) מקסימום.

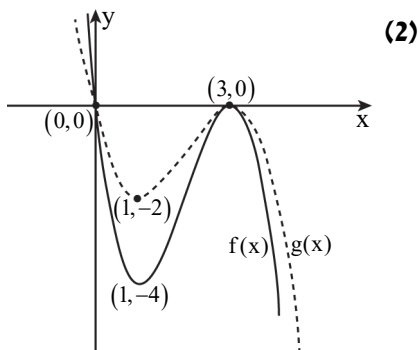


ד. (1) גרף 2. (2)  $\frac{4}{15}$ .

7. א.  $a = -1$  ב. (1)  $(0,0), (3,0)$  (2) מקסימום,  $(3,0)$  מינימום,  $(1,-4)$ .



ג. (1)  $(3,0)$  מקסימום,  $(1,-2)$  מינימום.



ד. 3.375.

8. א.  $2\sqrt{100-x^2}$  ב.  $x = 5\sqrt{2}$  ג. 50.



## מבחן בגרות מספר 12

### קיץ תשפ"א, מועד ב, 2021

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בבית ספר גדול הציונים בבחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם ממוצע 70 וסטיות תקן 25. הציונים בבחינת הבגרות באנגלית מתפלגים אף הם נורמלית עם ממוצע 75 וסטיות תקן 20. ציון עובר בכל אחת מן הבחינות הוא 55 ומעלה.
- א. מהי ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות במתמטיקה?  
 ב. האם ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות באנגלית גדולה יותר מן ההסתברות לעבור את הבחינה במתמטיקה? נמק.  
 בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר.  
 ג. מהי ההסתברות שהוא יעבור את הבחינה בשני המקצועות?  
 בוחרים באקראי 2 תלמידים מבית הספר.  
 ד. מהי ההסתברות שרק אחד מהם יעבור את הבחינה בשני המקצועות?
2. בכד יש 6 כדורים כחולים, 9 כדורים אדומים והשאר כדורים ירוקים. מוציאים באקראי כדור אחד מן הכד, מחזירים אותו לכד ומוציאים באקראי כדור נוסף. ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים הם כחולים היא 0.09.
- א. כמה כדורים ירוקים בכד?  
 ב. (1) מהי ההסתברות להוציא באקראי מן הכד שני כדורים באותו צבע?  
 (2) האם ההסתברות להוציא באקראי שני כדורים בצבעים שונים גדולה/קטנה/ או שווה להסתברות להוציא באקראי שני כדורים באותו הצבע? נמק.  
 ג. מהי ההסתברות להוציא באקראי לפחות כדור כחול אחד?



3. בפיקוח על הוראת הביולוגיה החליטו לבדוק את הקשר בין ציוני הבגרות

במבחן העיוני לבין ציוני הבגרות בבחינה המעשית במעבדה.

נאספו נתונים במשך השנה וחושבו הערכים הבאים:

ממוצע הציונים במבחן הבגרות בביולוגיה היה 82, סטיית התקן 12.

ממוצע הציונים במבחנים המעשיים במעבדות היה 93, סטיית התקן 4.

מקדם המתאם שחושב היה 0.48.

א. (1) מהי משוואת קו הרגרסיה של הציון המעשי לפי הציון העיוני?

(2) מהי משוואת קו הרגרסיה של הציון העיוני לפי הציון המעשי?

ב. תלמיד קיבל 86 במבחן העיוני.

(1) מהו הציון המנובא לו במבחן המעשי על פי קו הרגרסיה?

(2) האם ייתכן שהתלמיד קיבל 75 המבחן המעשי? הסבירו.

ידוע שהציונים של כל אחת מהבחינות מתפלגים לפי התפלגות נורמלית.

ג. מבין 100 נבחנים כמה נבחנים, ככל הנראה,

(1) קיבלו ציון גבוה מ-82 במבחן העיוני?

(2) קיבלו ציון נמוך מ-70 או גבוה מ-94 במבחן העיוני?

(3) קיבלו ציון בין 91 ל-95 במבחן המעשי?

### פרק שני – גיאומטריה

4. במלבן ABCD הצלע AB חותכת את ציר ה-x בנקודה E,

כמתואר בציור. הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכח כי המשולשים AOE ו-CBE דומים.

נתון:  $D(4,6)$ ,  $C(7,0)$ .

ב. (1) מצא את משוואת הצלע AD.

(2) מצא את משוואת הצלע AB.

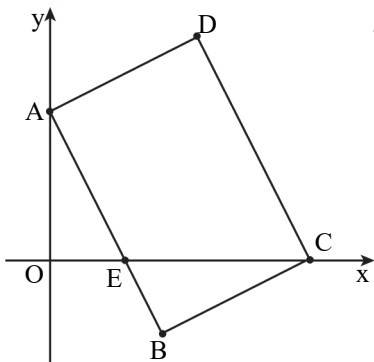
(3) מצא את שיעורי הנקודה E.

ג. (1) חשב את יחס הדמיון בין

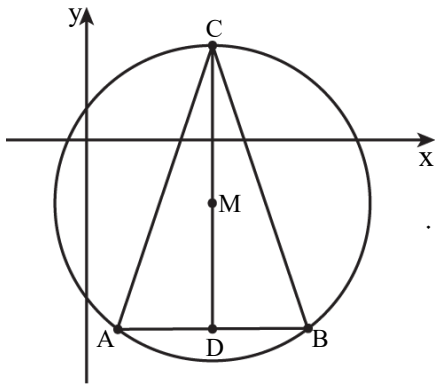
המשולשים AOE ו-CBE.

(2) מצא פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.

ד. חשב את גודל הזווית ECB.







5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו M.

CD הוא הגובה לצלע AB.

ידוע כי CD עובר דרך מרכז המעגל.

א. הוכח כי  $CA = CB$ .

נתונה משוואת המעגל:  $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$ .

משוואת הצלע AB היא  $y = -6$ .

ב. מצא את שיעורי הקודקודים A ו-B.

ג. (1) חשב את גודל הזווית ACB.

(2) מצא את גודל הזוויות של המשולש ACM.

ד. (1) חשב את אורכי הקטעים CM ו-DM.

(2) חשב את היחס בין השטחים של המשולשים ACM ו-ADM.

### פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{12}{x} + 3x$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(3) הסבר מדוע אין לגרף הפונקציה  $f(x)$  נקודות חיתוך עם הצירים.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$ , הוא פרמטר.

נתון שגרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה-x.

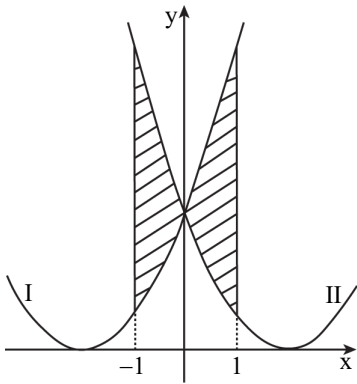
ב. מצא את הערך של c (מצא את שתי האפשרויות). נמק.

הצב  $c = -12$ .


ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה שבה  $x = 1$ .

(3) חשב את השטח שיוצר המשיק עם הצירים.



7. לפניך הגרפים של הפונקציות

.  $g(x) = (2+x)^2$  ו-  $f(x) = (2-x)^2$  

א. התאם בין הגרפים I ו- II 

ובין הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

נמק.

ב. מצא את שיעורי נקודת

החיתוך של הגרפים

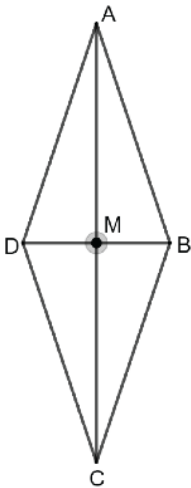
של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

ג. חשב את השטח הכלוא בין הגרפים


של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$

והישרים  $x = -1$  ו-  $x = 1$  (השטח המקווקו בציור).

ד. קבע אם הטענה הבאה נכונה, ונמק את קביעתך:  $\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$



8. רון בנה עפיפון בצורת מעוין.

הוא בנה שלד בעזרת שני מקלות 

מאונכים AC ו- BD (ראה ציור).

סכום האורכים של AC ו- BD הוא 100 ס"מ.

נסמן ב-  $2x$  את אורך האלכסון AC.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים.

א. הבע באמצעות  $x$  את אורך הקטע MB.

ב. קבע באיזה תחום ערכים יכול להיות  $x$ .

ג. הבע באמצעות  $x$  את אורך צלע המעוין.

ד. מה צריכים להיות אורכי האלכסונים

AC ו- BD, כדי שהיקף המעוין יהיה מינימלי?

תשובות למבחן בגרות מספר 12 – קיץ תשפ"א, מועד ב, 2021:

1. א. 0.726 . ב. גדולה . ג. 0.6106 . ד. 0.4756 .

2. א. 5 . ב. (1) 0.355 . (2) גדולה . ג. 0.51 .

3. א. (1)  $y = 0.16x + 79.88$  . (2)  $x = 0.16y + 51.92$  .

ב. (1) בערך 93.64 . (2) כן, ייתכן .

ג. (1) 50 תלמידים . (2) 32 תלמידים . (3) 38 תלמידים .

4. א. הוכחה . ב. (1)  $y = \frac{1}{2}x = 4$  . (2)  $y = -2x + 4$  . (3)  $E(2,0)$  .

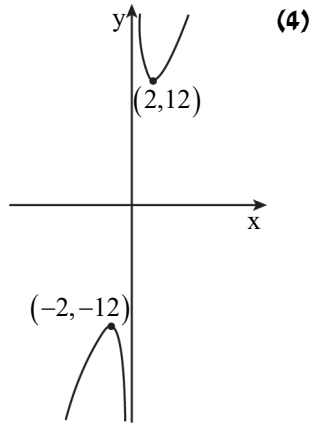
ג. (1)  $2\sqrt{5} : 5$  . (2) פי 1.25 . ד.  $26.565^\circ$  .

5. א. הוכחה . ב.  $A(1,-6)$  ,  $B(7,-6)$  .

ג. (1)  $\sphericalangle ACB = 36.87^\circ$  . (2)  $\sphericalangle MAC = \sphericalangle MCA = 18.435^\circ$  ,  $\sphericalangle CMA = 143.13^\circ$  .

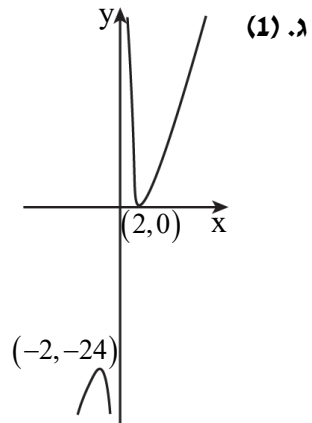
ד. (1)  $CM = 5$  ,  $DM = 4$  . (2) 5 : 4 .

6. א. (1)  $x \neq 0$ . (2) מינימום,  $(-2, -12)$ , מקסימום. (3) הסבר.



ב.  $c = 12$  או  $c = -12$ .

8. (3)  $y = -9x + 12$ . (2)



7. א.  $g(x)$  - גרף I,  $f(x)$  - גרף II. ב.  $(0, 4)$ . ג. 8. ד. נכון.

8. א.  $50 - x$ . ב.  $0 < x < 50$ . ג.  $\sqrt{2x^2 - 100x + 2500}$ . ד. 50 ס"מ.



## מבחן בגרות מספר 13

### חורף תשפ"ב, 2022, מועד א

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. חוקרים בדקו אם יש קשר בין קו הרוחב שבו נמצא אזור מסוים ובין שיעור מקרי סרטן העור (מלנומה) באוכלוסייה באותו אזור. המחקר נערך בתשעה אזורים שונים בארצות הברית, במשך שלוש שנים. בכל אחד מן האזורים נבדקו 100,000 תושבים. נתוני המחקר מוצגים בטבלה שלפניך.



קו רוחב- x	y שיעור מקרי המלנומה - (מקרים ל-100,000)
32.8	9
33.9	5.9
34.1	6.6
37.9	5.8
40.0	5.5
40.8	3.0
41.7	3.4
42.2	3.1
45.0	3.8
$\bar{x} = 38.71$	$\bar{y} = 5.12$
$S_x = 4.04$	$S_y$

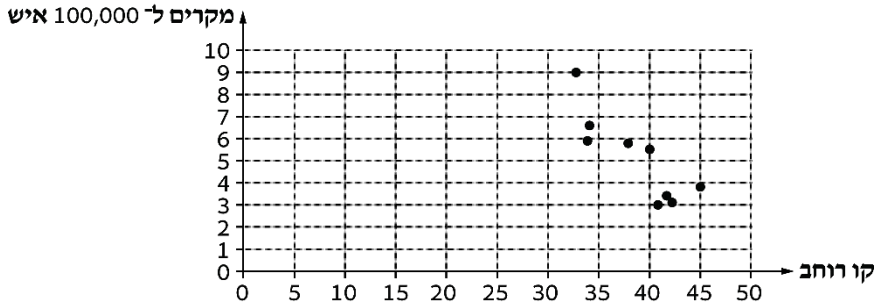
ממוצע

סטיית תקן

- א. הראה כי סטיית התקן של שיעור מקרי המלנומה היא  $S_y = 1.88$ .

← המשך השאלה בעמוד הבא

לפניך דיאגרמת הפיזור של  $y$  כתלות ב- $x$ .



- ב. אחד מבין מקדמי המתאם (1)–(4) שלפניך מייצג את הקשר בין הנתונים. קבע איזה מהם מייצג את הקשר, ונמק את קביעתך.
- (1)  $r=1$     (2)  $r=-0.857$     (3)  $r=0.651$     (4)  $r=-1$
- ג. מצא את משוואת קו הרגרסיה לניבוי מקרי המלנומה  $y$  על פי קו הרוחב  $x$ .
- ד. מהו הניבוי לשיעור מקרי המלנומה  $y$  בקו רוחב 36?

2. במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם.
- 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.
- מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל.
- בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).
- א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?
- ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?
- ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכול.
- ג. (1) כמה משתתפים סך הכול (בנים ובנות) יש בחוג טניס?
- (2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה). מהי הסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
- דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

3. בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה.

הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית.



במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05 ,

וסטיית התקן של הציונים הייתה 15 .

הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70 .

א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78 .

אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.

סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10 .

ב. (1) חשב את הציון הממוצע במתכונת השנייה.

(2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמק.

אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות.

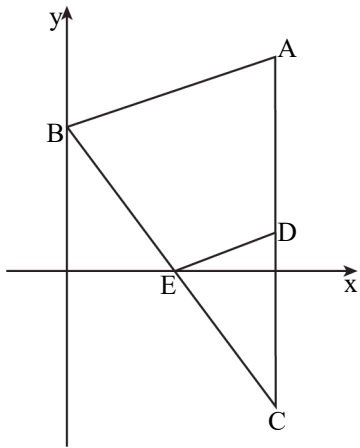
ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.

ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?

(2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים

שנבחנו? נמק את תשובתך.

## פרק שני – גיאומטריה



4. בסרטוט שלפניך מתואר משולש ABC.

הקודקוד B נמצא על ציר ה- $y$ , והצלע AC מקבילה לציר ה- $y$ .

נתון:  $A(6,6)$ ,  $AB = \sqrt{40}$ .

שיעור ה- $y$  של הקודקוד B קטן מ-6.

א. מצא את שיעורי הקודקוד B.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה- $x$ .

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-E.

הנקודה D היא אמצע הצלע AC.

מן הנקודה E העבירו ישר המקביל

לציר ה- $y$  וחותך את הצלע AB בנקודה F.

ג. (1) הוכח כי המרובע FADE הוא מקבילית.

(2) חשב את שטח המקבילית FADE.

ד. מצא את גודל הזווית  $\angle DEF$ .



5. בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M.

הנקודות A, B ו-C נמצאות על המעגל.

המשיק למעגל בנקודה A חותך את הישר BC בראשית הצירים O,

כמתואר בסרטוט.

נתון: AC הוא קוטר במעגל.

א. הוכח:  $\triangle ABC \sim \triangle OAC$

נתון:  $OC = 15$ ,  $BC = 3$

ב. מצא את אורך AC.

נתון:  $M(9, 10\frac{1}{2})$

ג. מצא את משוואת המעגל.

נתון: משוואת המשיק למעגל

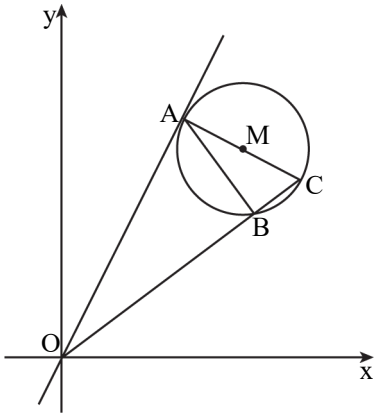
בנקודה A היא  $y = 2x$ .

ד. (1) מצא את משוואת הישר AM.

(2) מצא את שיעורי הנקודה A.

ה. הישר AM חותך את ציר ה-y בנקודה F.

ה. מצא את גודל הזווית OFA.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$ ,  $b$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה (אם

צריך, הבע באמצעות  $b$ ).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הישר  $y = -2$  משיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את  $b$ .

הצב את  $b$  שמצאת בסעיף ג בפונקציה  $f(x)$  וענה על סעיפים ד-ו.

ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

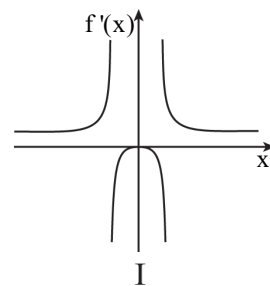
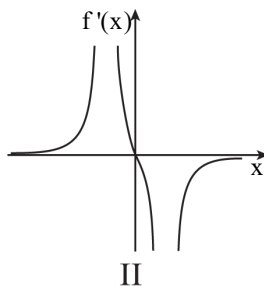
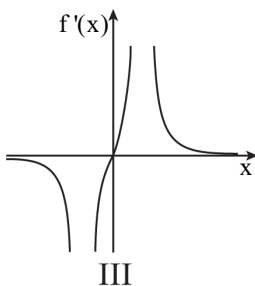
$f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .

ה. אחד מן הגרפים III – I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

על ידי הישר  $x = \frac{1}{3}$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .



7. נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = -2 \cdot f(x)$ .

(1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

(2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים.

חשב את שטח המשולש ABO.



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 + 3$  ונתון הישר  $x = 5$ .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$

ברביע הראשון משמאל לישר.

מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל

לציר ה-x וחותך את הישר הנתון בנקודה B.

הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה-x

כך שהמרובע ABCD הוא מלבן

(ראה סרטוט).

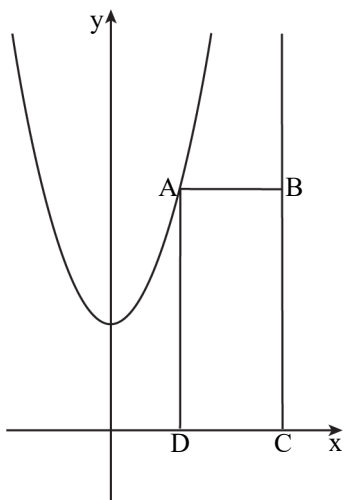
נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. מצא את הערך של t שבעבורו

שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD,

שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.



תשובות למבחן בגרות מספר 13 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א:

1. א. הוכחה. ב. (2)  $r = -0.857$ . נימוק. ג.  $y = -0.399x + 20.57$ .

ד. 6.21 מקרים ל-100,000 תושבים.

2. א. 0.4. ב.  $\frac{4}{19}$ . ג. (1) 95 משתתפים. (2) 0.224.

3. א. 62.9%. ב. (1) 74.7. (2) 74.7. ג. (1) 73. (2) הראשונה.

4. א.  $B(0,4)$ . ב.  $C(6,-4)$ ,  $E(3,0)$ . ג. (1) הוכחה. (2) 15. ד.  $\sphericalangle DEF = 71.565^\circ$ .

5. א. הוכחה. ב.  $3\sqrt{5}$ . ג.  $(x-9)^2 + (y-10.5)^2 = 11.25$ .

ד. (1)  $y = -0.5x + 15$ . (2)  $A(6,12)$ . ה.  $63.435^\circ$ .

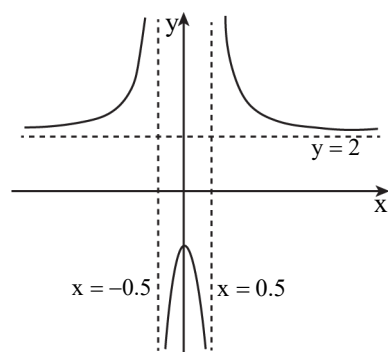
6. א.  $x \neq \frac{1}{2}$ ,  $x \neq -\frac{1}{2}$ . ב. (1)  $(0, -4+b)$  מקסימום.

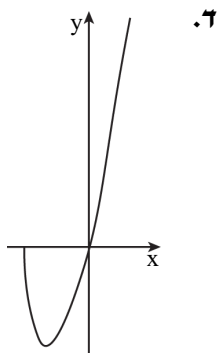
(2) תחומי עלייה:  $-\frac{1}{2} < x < 0$  או  $x < -\frac{1}{2}$ , תחומי ירידה:  $0 < x < \frac{1}{2}$  או  $x > \frac{1}{2}$ .

ד. (1)  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = 2$ . ג.  $b = 2$ .

ה. גרף II.

ו. 3.2.





7. א.  $x \geq -18$  . ב.  $(-18,0)$  ,  $(0,0)$  . ד.

ג. מקסימום  $(-18,0)$  , מינימום  $(-12, -12\sqrt{6})$  .

ה. (1)  $(-18,0)$  מינימום ,  $(-12, 24\sqrt{6})$  מקסימום.

(2)  $216\sqrt{6}$  .

8. א.  $t = 3$  . ב. לא, כי השטח המקסימלי הוא 24 .



## מבחן בגרות מספר 14

### חורף תשפ"ב, מועד נבצרים, 2022

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בסקר שנערך בין בני נוער בארץ בנושא "נוער בזמן הקורונה: עיסוקים מרכזיים"

השתתפו 800 בנים ו-1,200 בנות.



אחת השאלות בסקר התייחסה להקדשת הזמן ללימודים (שיעורים בזום, הכנת מטלות ושיעורי בית).

על פי הסקר התברר כי 75% מהבנים ו-80% מהבנות הקדישו זמן ללימודים בתקופת משבר הקורונה.

נבחר באופן אקראי משתתף בסקר.

א. מהי ההסתברות שנבחר בן שהקדיש זמן ללימודים?

ב. מהי ההסתברות שנבחר משתתף (בן או בת) שלא הקדיש זמן ללימודים?

ג. ידוע שנבחר משתתף שלא הקדיש זמן ללימודים.

מהי ההסתברות שנבחר בן?

בכתבה בעיתון על הסקר נכתב כי מקרב בני הנוער שלא הקדישו זמן ללימודים, אחוז הבנים היה גבוה מזה של הבנות.

ד. האם על פי הסקר האמירה בכתבה נכונה?

נמק.

2. בשירות הטלפוני של חברת הביטוח "אלון" זמן ההמתנה של אדם למענה אנושי מתפלג נורמלית. זמן ההמתנה הממוצע של אדם למענה אנושי הוא 1.8 דקות. ידוע כי 30.8% מהאנשים שפונים לשירות הטלפוני של החברה ממתנינים למענה אנושי מעל 2 דקות.



- א. מהו החציון של זמן ההמתנה?  
 ב. חשב את סטיית התקן של זמן ההמתנה למענה אנושי.  
 ג. (1) מהו אחוז האנשים שממתנינים למענה אנושי פחות מדקה אחת?  
 (2) מהו אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע?

בעקבות פניות של לקוחות החברה נעשו שינויים בשירות המענה האנושי, ובעקבותיהם זמן ההמתנה הממוצע למענה אנושי ירד ל-1.2 דקות אך סטיית התקן נשארה ללא שינוי. לאחר השינוי בשירות נבדק אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה האנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע. האם האחוז השתנה לעומת האחוז שהיה לפני השינוי בשירות? נמק.

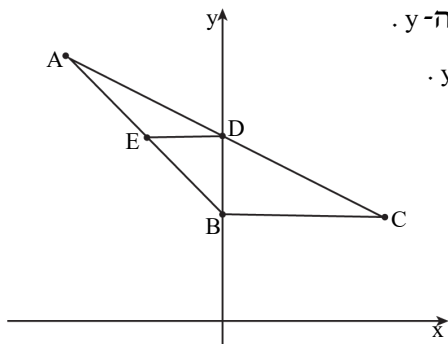
משכורת חודשית בש"ח	מספר העובדים
5,400	1
6,900	2
7,500	x
9,000	y
9,600	3
11,400	2

3. לפניך טבלה המתארת את התפלגות המשכורת החודשית של 20 מעובדי מפעל מזון מסוים בארץ.



- ידוע כי המשכורת החודשית הממוצעת של 20 העובדים הללו היא 8,565 שקלים.  
 א. חשב את x ואת y.  
 ב. בוחרים באקראי שני עובדים. חשב את ההסתברות ששניהם משתכרים 6,900 שקלים.  
 ג. בוחרים באקראי שלושה עובדים. חשב את ההסתברות ששניים מהם משתכרים 7,500 שקלים כל אחד, ואחד מהם משתכר 9,000 שקלים.

## פרק שני – גיאומטריה



4. במשולש ABC הקודקוד B מונח על ציר ה- $y$ .

נתון כי משוואת הצלע AB היא  $y = -x + 4$ .

שיעור ה- $y$  של הקודקוד A הוא 10.

א. חשב את אורך הצלע AB.

נתון כי הצלע BC מקבילה לציר ה- $x$ .

אורך הצלע BC הוא 6.

ב. מצא את שיעורי הקודקוד C.

D היא נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר ה- $y$ .

ג. מצא את שיעורי הנקודה D.

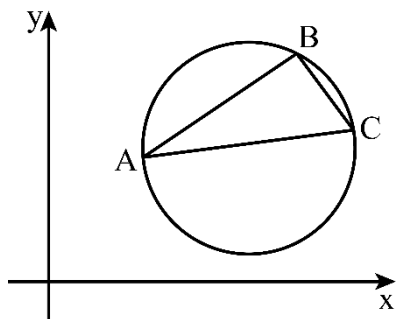
מנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  החותך את הצלע AB בנקודה E.

ד. (1) הוכח כי DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

(2) חשב את אורך הקטע DE.

ה. חשב את גודלי הזוויות EBD ו-ABC.

ו. מצא פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח הטרפז EDCB.



5. ABC הוא משולש ישר זווית ( $AB \perp BC$ ).

היתר AC מונח על הישר  $8y - x - 22 = 0$ .

נתון:  $A(2;3)$ ,  $B(5;5)$ .

א. מצאו את משוואת הישר BC.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.

ג. (1) האם מרכז המעגל החוסם

את המשולש ABC נמצא

בתוך המשולש, מחוץ למשולש, או על אחת מצלעות המשולש? נמקו.

(2) מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ד. הנקודה D היא אמצע הצלע AB, והנקודה E היא אמצע הצלע BC.

(1) הוכיחו כי  $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ .

(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש ABC לשטח המשולש DBE.





**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$ .



- א.**
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .
  - (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים, אם יש כאלה.
  - (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
  - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x) = |f(x)|$ .
- ב.**
- (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
  - (2) רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.
  - (3) כמה פתרונות יש למשוואה  $g(x) = 3$ ? נמק.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{(4x-1)^2} - 4$ .



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) רשום את משוואת האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

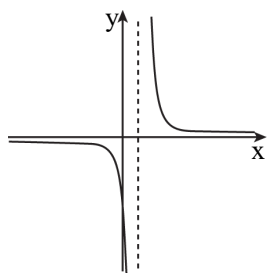
ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה I, II, III,

הוא גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

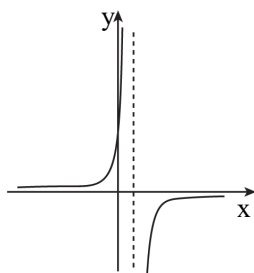
ציין מיהו ונמק.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

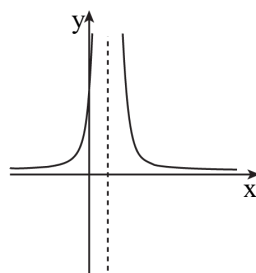
על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=2$ .



I



II



III

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{a-x}$ .

a הוא פרמטר.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף



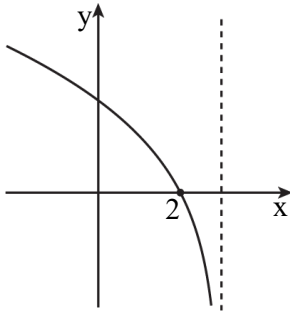
פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. (1) היעזר בגרף, ורשום את שיעור ה-x

של נקודת הקיצון הפנימית

של הפונקציה  $f(x)$ . קבע את סוגה.

(2) חשב את הערך של a.



הצב  $a = 3$  וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x+3)$ .

מה תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.

תשובות למבחן בגרות מספר 14 – חורף תשפ"ב, מועד נבצרים, 2022 :

1. א. 0.3 . ב. 0.22 . ג.  $\frac{5}{11}$  . ד. לא נכון.

2. א. 1.8 דקות. ב. 0.4 דקות. ג. (1) 2.27% . ד. (2) 34.1% . לא השתנה.

3. א.  $y = 7, x = 5$  . ב.  $\frac{1}{190}$  . ג.  $\frac{7}{114}$

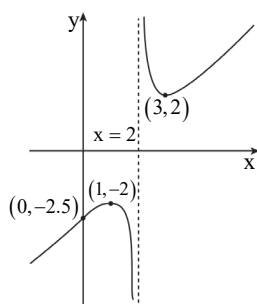
4. א.  $6\sqrt{2}$  . ב.  $C(6,4)$  . ג.  $D(0,7)$  . ד. (1) הוכחה (2) 3.

ה.  $\angle EBD = 45^\circ, \angle ABC = 135^\circ$  . ו.  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

5. א.  $y = -1\frac{1}{2}x + 12\frac{1}{2}$  . ב.  $C(6; 3\frac{1}{2})$

ג. (1) על אחת מצלעות המשולש. באמצע היתר AC.

(2)  $(x-4)^2 + (y-3.25)^2 = 4.0625$  . ד. (1) הוכחה. (2) 4.



6. א. (1)  $x \neq 2$  . ב. (5)

(2)  $x = 2$

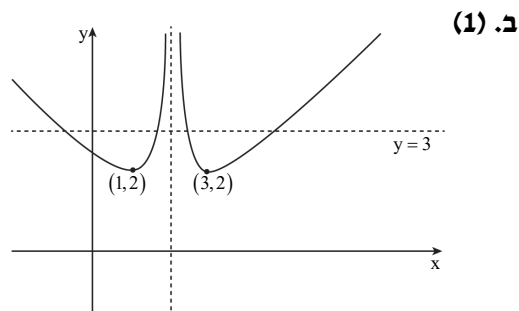
(3)  $(0, -2.5)$

(4) מינימום,  $(1, -2)$  , מינימום,  $(3, 2)$

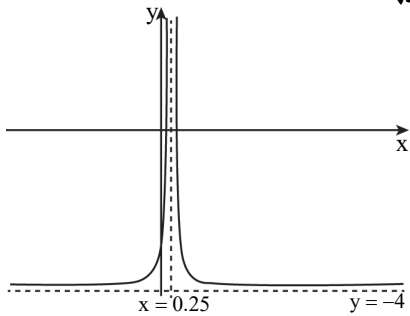
(2) מינימום,  $(3, 2)$

מינימום,  $(1, 2)$

(3) 4 פתרונות.



ב. (1)



(5)

7. א. (1)  $x \neq 0.25$

(2)  $y = -4, x = 0.25$

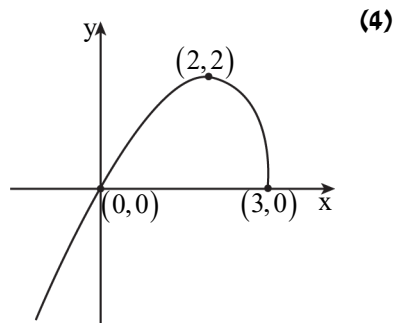
(3)  $(0.125, 0), (0.375, 0), (0, -3)$

(4)  $x > 0.25$  ירידה,  $x < 0.25$  עלייה.

ב. גרף II . ג.  $\frac{40}{441} \approx 0.091$

8. א. (1)  $x = 2$ , מקסימום (2)  $a = 3$

ב. (1)  $x \leq 3$  (2)  $(0, 0), (3, 0)$  (3) מינימום  $(3, 0)$ , מקסימום  $(2, 2)$ .



ג.  $x \leq 0$



## מבחן בגרות מספר 15

### קיץ תשפ"ב, מועד א, 2022

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בבחינה בכלכלה, התקבלו רק הציונים 60, 80 ו-90.
- ידוע כי הציון הממוצע היה 80.
- א. מה ניתן לומר על הקשר בין שכיחות הציון 60 לבין שכיחות הציון 90? הסבר.
- ב. האם ניתן לחשב את הציון השכיח? אם כן, חשב אותו. אם לא, הסבר מדוע לא ניתן לחשבו.
- ג. האם ניתן לחשב את הציון החציוני? אם כן, חשב אותו. אם לא, הסבר מדוע לא ניתן לחשבו.
- ד. שלושה תלמידים נוספים, שלא היו במועד הבחינה, נבחנו במועד מיוחד. ידוע שכל תלמיד קיבל ציון של 60 או 90, ושהממוצע לא השתנה גם לאחר הוספת הציונים של שלושת התלמידים הללו. אחד התלמידים קיבל ציון של 90.
- איזה ציון קיבלו שני התלמידים האחרים? הסבר.
- ה. התברר כי בסך הכול נבחנו בכלכלה 42 סטודנטים. נתון כי 18 מהם קיבלו את הציון 80. כמה מהם קיבלו ציון 60 וכמה קיבלו ציון 90?
- ו. לקבוצת 42 הציונים מצרפים ציון נוסף b. הסבר מדוע לכל ערך של b, חציון הציונים אינו משתנה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.



מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי. שלבי המיון היו:

**שלב ראשון:** מבחן התאמה.

**שלב שני:** ריאיון אישי.

**שלב שלישי:** סדנה קבוצתית.

כל המועמדים שעברו בהצלחה את **כל** שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון: 75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה,

עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי,

עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

**א.** בחרו באקראי מועמד.

מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

**ב.** נטע וגלי השתתפו במיונים האלה.

מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?

**ג.** גם עדי השתתפה במיונים.

מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי,

אם ידוע שהיא **לא** התקבלה לעבודה בחברה?

**ד.** ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים **לא** התקבלו לעבודה בחברה.

כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

3. חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים

לפודקאסטים (הֶסְפָּתִים) באתר אינטרנט מסוים.

על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר,

וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית. התברר כי זמן ההאזנה הממוצע

לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ-10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתוכני הפודקאסטים באתר,

החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים,

ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל:

הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות. עם זאת, אחוז האנשים

שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ-10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה

אחת ביום - לאחר השינוי?



### פרק שני – גיאומטריה

4. המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט). נתון:  $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ .

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון:  $B(0,12)$ ,  $D(0,2)$ .

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא  $-\frac{1}{2}$ .

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

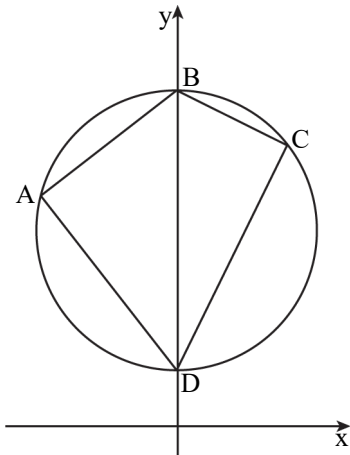
(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

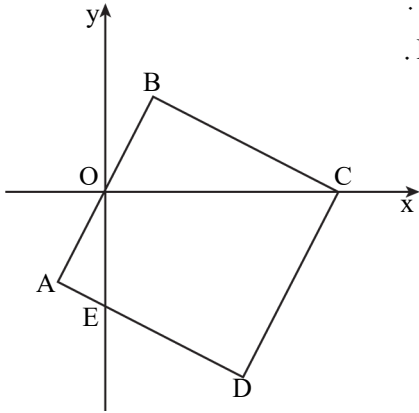
ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC


(2) חשבו את גודל הזווית DBE.





5. נתון ריבוע ABCD.



הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O. 

הצלע AD חותכת את ציר ה-y בנקודה E.

הקודקוד C מונח על ציר ה-x

(ראו סרטוט).

א. (1) הוכיחו:  $\angle AEO = \angle BOC$ .

(2) הוכיחו:  $\triangle OAE \sim \triangle CBO$ .

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס  $\frac{BO}{AE}$ .

נתון:  $E(0, -5)$ .

ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא  $-\frac{1}{2}$ .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים:  $\angle BCO = \angle OCE$  ?

נמקו.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה :  $f(x) = \frac{4x^2-1}{x^2-1}$ .



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x) + k$ ,  $k$  הוא פרמטר.

נתון : משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה  $g(x)$  היא  $y = 1$ .

ד. (1) מצאו את  $k$ .

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ ,

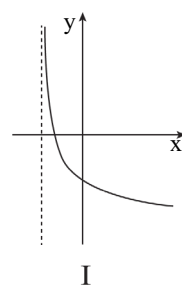
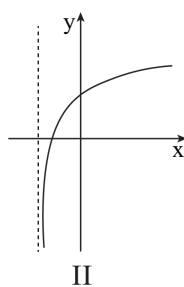
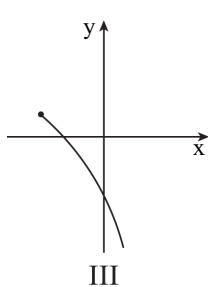
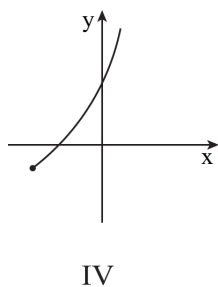
ומהו סוגה?

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x - 2 \cdot \sqrt{x+a}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

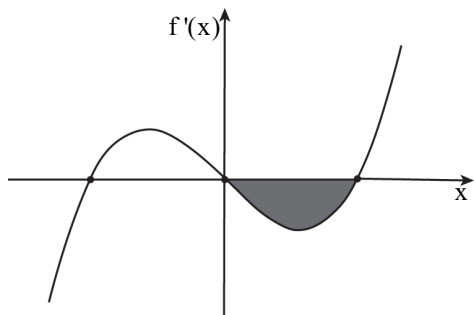
גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(6,0)$ .  
**א.** הראו כי  $a = 3$ .



- ב.** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ג.** מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ד.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ה.** אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה, מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
- ו.** מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , הישר  $x = 1$  וציר ה- $x$ .



8. הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$



מוגדרות לכל  $x$ .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף

של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

פונקציית הנגזרת מתאפסת

בנקודות  $x = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט

וקבעו את שיעורי ה- $x$

של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$  ואת סוגן.

$S$  הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$ . נתון  $S = 8$ ,  $f(2) = 3\frac{1}{2}$ .

ב. מצאו את  $f(0)$ .

נתון:  $f(-2) = f(2)$ . לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטוטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. בעבור אילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקצייה  $f(x)$  ב-2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

תשובות למבחן בגרות מספר 15 – קיץ תשפ"ב, מועד א, 2022:

1. א. שכיחות הציון 90 גדולה פי 2 משכירות הציון 60.  
 ב. לא, מכיוון שאין מידע על השכיחות או השכיחות היחסית של הציון 80.  
 ג. לא, מכיוון שאין מידע על השכיחות או השכיחות היחסית של הציון 80.  
 ד. אחד מהם קיבל 60 והאחר קיבל 90, כדי לשמור על יחס

השכיחויות שבסעיף א'. הסבר נוסף: כדי לשמור על ממוצע 80,

סכום הציונים של שלושתם צריך להיות 240.

ה. 8 קיבלו ציון 60, 16 קיבלו ציון 90. ו. הסבר.

2. א.  $0.15 = \frac{3}{20}$  . ב.  $0.9775 = \frac{391}{400}$  . ג.  $\frac{9}{34}$  . ד. 30.

3. א. 4.36% . ב. כ- 5,300 אנשים. ג. (1) 18.713 דקות. (2) פי 3.17.

4. א. הוכחה. ב.  $x^2 + (y-7)^2 = 25$  . ג. (1)  $y = 2x + 2$  . (2)  $C(4,10)$ .

ד. 10. ה. (1)  $45^\circ$  . (2)  $18.43^\circ$ .

5. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב.  $\frac{BO}{AE} = 2$  . ג.  $C(10,0)$ ,  $OC = 10$ .

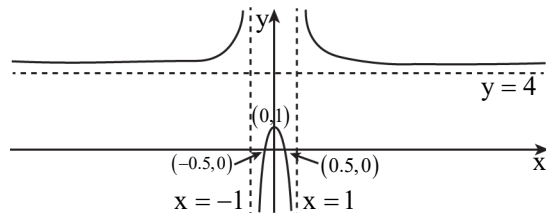
ד.  $B(2,4)$  . ה. 80. ו. כן.

6. א. (1)  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$  . (2)  $x = -1$ ,  $x = 1$ ,  $y = 4$ .

(3)  $(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $(-\frac{1}{2}, 0)$ ,  $(0,1)$  . ב. (0,1) מקסימום.

ד. (1)  $k = 5$ .

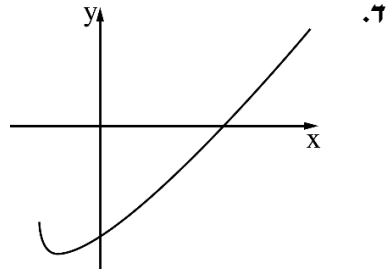
(2) מינימום.  $(0,4)$ .



7. א. להראות ב.  $x \geq -3$  ג. מינימום  $(-2, -4)$ , מקסימום  $(-3, -3)$ .

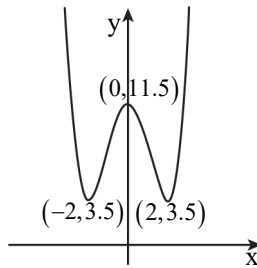
ה. II

ג. 1



8. א.  $x = -2, x = 2$  מינימום,  $x = 0$  מקסימום.

ב.  $f(0) = 11.5$  ג.



ד. עבור  $k > 11.5$ , או  $k = 3.5$ .



# מבחן בגרות מספר 16

## קיץ תשפ"ב, מועד ב, 2022

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. מנהל חברה בדק את הקשר בין ההוצאה החודשית של החברה על פרסום מוצריה, ובין ההכנסות מן המכירה שלה בחודש שלאחר מכן.

הוא בדק נתונים מכמה חודשים רצופים.



בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים על ההוצאות וההכנסות באלפי שקלים:

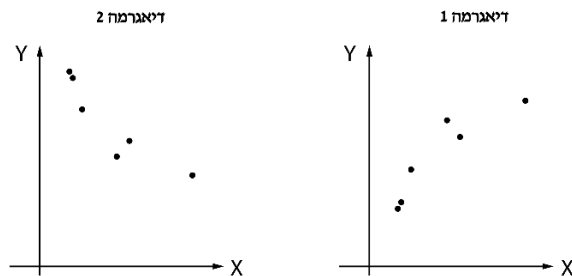
48	28	24	13	10	9	הוצאה על פרסום (X)
510	400	450	300	200	180	הכנסות ממכירות בחודש לאחר מכן (Y)

המנהל חישב ומצא כי ממוצע ההוצאות לחודש על פרסום הוא  $\bar{X} = 22$  וסטיית התקן היא  $S_X = 13.6$ . ממוצע ההכנסות ממכירות לחודש

הוא  $\bar{Y} = 340$  וסטיית התקן היא  $S_Y = 123.4$ .

לפניכם שתי דיאגרמות פיזור (1)–(2).

אחת מהן מתארת את הקשר בין שני המשתנים (X ו-Y).



א. מבין שתי הדיאגרמות (1)–(2), מהי הדיאגרמה המתארת את הקשר בין שני המשתנים? נמקו את תשובתכם.

המשך השאלה בעמוד הבא ←

נתונים ארבעה מקדמי מתאם:  $r = 0.9$ ,  $r = 1$ ,  $r = -0.9$ ,  $r = -0.7$ .

ב. אחד מארבעת מקדמי המתאם מתאים לנתונים.

קבעו מיהו ונמקו את קביעתכם.

ג. מהי משוואת ישר הרגרסייה לניבוי ההכנסות ממכירות כתלות

בהוצאה על פרסום?

ד. על פי ישר הרגרסייה שמצאתם, מהי ההערכה להכנסות ממכירות

(באלפי שקלים) בעבור הוצאה של 19,000 שקלים לחודש על פרסום? נמקו.

החברה המירה את ההוצאות וההכנסות בשקלים להוצאות והכנסות בדולרים

(ולכן כל המספרים בטבלה קטנו בערך פי 3).

ה. מהי ההשפעה של המרת השקלים לדולרים על כל אחד מן הגדלים (1)–(3)

שלפניכם (כלומר האם הוא גדל, קטן, או לא השתנה) נמקו את תשובותיכם.

(1)  $\bar{X}$  (2)  $S_X$  (3)  $r$

2. ביישוב א' בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.

התברר שביישוב א' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש

ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

3	2	1	0	מספר המכוניות למשפחה
6	x	y	30	מספר המשפחות

ידוע כי ביישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב א' שיש ברשותן 2 מכוניות).

נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א' היא  $\frac{6}{7}$ .

ב. (1) מצאו כמה משפחות יש ביישוב א'.

(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

גם ביישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן

מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

מספר המשפחות ביישוב ב' שווה למספר המשפחות ביישוב א'.

החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5.

ג. לכמה משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל?



3. לשירה יש סל ובו  $x$  כדורים סך הכול.

12 מן הכדורים שבסל הם ירוקים והשאר אדומים.



נתון: ההסתברות להוציא 2 כדורים ירוקים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.36.

א. מצאו את  $x$ .

שירה מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור אדום, היא מחזירה אותו לסל ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור ירוק, היא משאירה אותו בחוץ ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

ב. מהי ההסתברות ששירה תוציא **לפחות** כדור ירוק אחד?

ג. אם ידוע ששירה הוציאה **לפחות** כדור ירוק אחד,

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים בצבעים השונים זה מזה?

לשירה יש סל נוסף, ובו  $x$  כדורים (ה- $x$  שמצאתם בסעיף א).

גם בסל הזה 12 מן הכדורים הם ירוקים והשאר אדומים.

שירה מוציאה באקראי מן הסל הזה שני כדורים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה משני הסלים

היו באותו הצבע?

## פרק שני – גיאומטריה

4. בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות  $O, C, A$ .

$O$  היא ראשית הצירים. המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- $x$  בנקודה  $A$ .

הנקודה  $B$  נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- $x$ .

הקטע  $CB$  חותך את המעגל בנקודה  $E$  (ראו סרטוט). נתון:  $\angle EOB = \angle EBO$ .

א. הוכיחו:  $AC = AB$ .

נתון:  $A(4,0), C(0,3)$ .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה  $B$ .

ג. (1) הוכיחו כי  $AC$

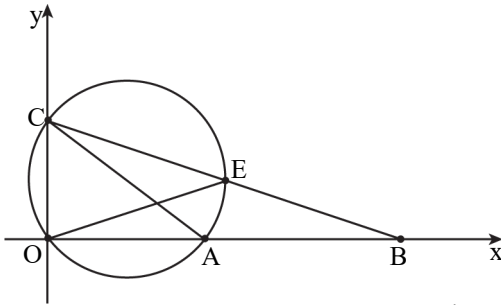
הוא קוטר המעגל.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיעור ה- $x$  של הנקודה  $E$  הוא 4.5.

ד. פי כמה גדול שטח המשולש  $COB$  משטח המשולש  $EOB$ ?

ה. חשבו את גודל הזווית  $EOB$ .



5. במשולש  $ABC$  הקודקוד  $A$  מונח על ציר ה- $x$ . הצלע  $AC$  חותכת את ציר ה- $y$

בנקודה  $D$ . הצלע  $CB$  מקבילה לציר ה- $x$ , וחותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $E$ ,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.  $O$  היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו  $\triangle AOD \sim \triangle CED$ .

נתון כי משוואת הישר  $AC$

היא:  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ , וכי  $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$ .

ב. (1) מצאו את אורך הקטע  $DE$ .

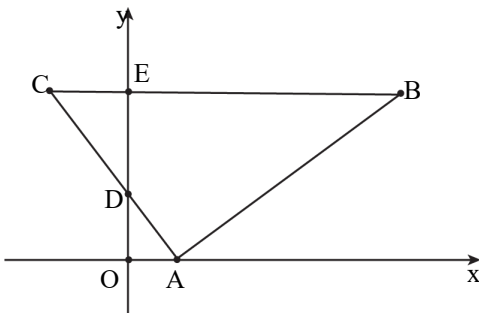
(2) מצאו את משוואת הישר  $CB$ .

נתון: הצלע  $AB$  מאונכת לצלע  $AC$ .

ג. מצאו את משוואת הישר  $AB$ .

ד. חשבו את גודל הזווית  $CDE$ .

ה. חשבו את שטח המרובע  $ADEB$ .



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים ,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה :  $f(x) = \frac{2x-b}{x-4} + 1$  . הוא פרמטר .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  .



נתון כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $(0, 2.5)$  .

ב. מצאו את  $b$  .

הציבו את הערך של  $b$  שמצאתם בסעיף ב בפונקצייה  $f(x)$  ,

וענו על הסעיפים ג-ז .

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$  .

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  .

ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה) .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  .

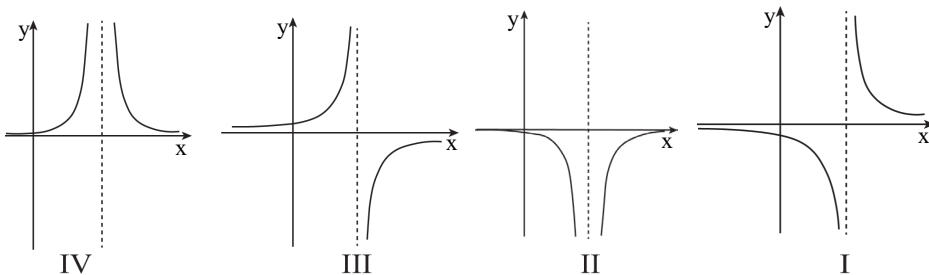
ז. (1) אחד מן הגרפים I – IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$  .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם .

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ,

על ידי הישר  $x = 1$  , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$  .



7. נתונה הפונקצייה :  $f(x) = (x-3) \cdot \sqrt{2x}$  .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  .



ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x)$  .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$  במערכת הצירים שבה סרטטתם

את גרף הפונקצייה  $f(x)$  .

נסמן ב-  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  .

ו. הביעו באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי הגרפים של

הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  . נמקו.

8. הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$  . בסרטוט שלפניכם

מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  .



פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותכת את ציר ה- $x$

בנקודות שבהן  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = a$

בלבד ( $a > 0$  הוא פרמטר).

א. מה הם שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון

של הפונקצייה  $f(x)$ , ומהו סוגן?

אם יש צורך, הביעו באמצעות  $a$  .

נתון כי הפונקצייה היא  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 12$  .

ב. (1) מצאו את  $a$  .

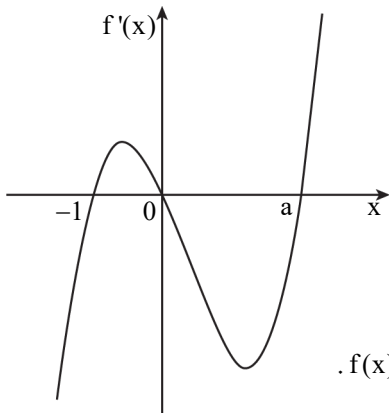
(2) מצאו את שיעורי ה- $y$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$  .

גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר המשיק

לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = a$  ועל ידי הישר  $x = -1$  .



תשובות למבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשפ"ב מועד ב, 2022:

1. א. דיאגרמה (1). ב.  $r = 0.9$ . ג.  $y = 8.166x + 160.348$ .

ד. 315.5 אלפי שקלים. ה. (1) קטן. (2) קטן. (3) לא השתנה.

2. א.  $x = 18$ . ב. (1) 98. (2) החציון: 1, השכיח: 1. ג. 49.

3. א.  $x = 20$ . ב. 0.84. ג.  $\frac{78}{133} \approx 0.586$ . ד.  $\frac{1,789}{11,875} \approx 0.151$ .

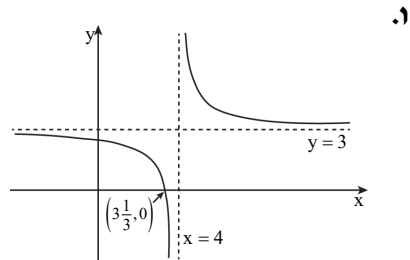
4. א. הוכחה. ב.  $B(9,0)$ . ג. (1) הוכחה. (2)  $(x-2)^2 + (y-1.5)^2 = 6.25$ . ד. פי 2.

ה.  $18.43^\circ$ .

5. א. הוכחה. ב. (1)  $DE = 6$ . (2)  $y = 10$ . ג.  $y = 0.75x - 2.25$ . ד.  $36.87^\circ$ . ה.  $90\frac{2}{3}$ .

6. א.  $x \neq 4$ . ב.  $b = 6$ . ג.  $x = 4, y = 3$ . ד.  $(\frac{10}{3}, 0)$ .

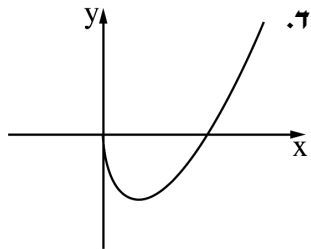
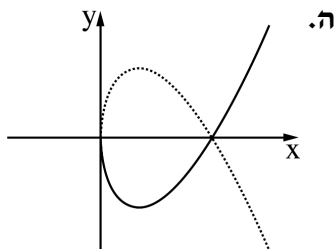
ה. תחומי עלייה: אין, תחומי ירידה:  $x > 4$  או  $x < 4$ .



ז. (1) גרף II. (2)  $\frac{1}{6}$ .

7. א.  $x \geq 0$  . ב.  $(0,0)$  ,  $(3,0)$  . ג. מינימום  $(1, -2\sqrt{2})$  , מקסימום  $(0,0)$  .

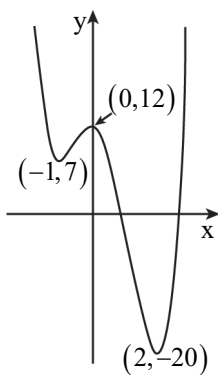
ג. 2S .



8. א.  $x_{\min} = -1$  ,  $x_{\max} = 0$  ,  $x_{\min} = a$  .

ב.  $a = 2$  (1) . ג.  $y(2) = -20$  ,  $y(0) = 12$  ,  $y(-1) = 7$  (2) .

ד. 64.8 .



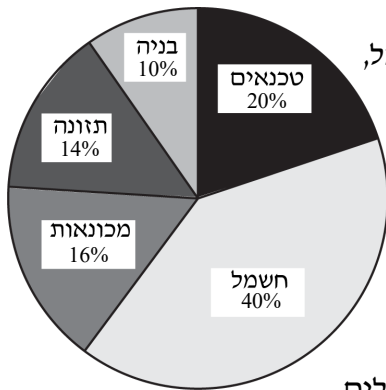


# מבחן בגרות מספר 17

## חורף תשפ"ג, 2023

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. משרד העבודה מציע לתושבים מחוסרי עבודה בעיר מסוימת (מתוך התושבים



הכשירים לעבודה) לבחור באחד מתוך הקורסים

הבאים: קורס בנייה, קורס טכנאים, קורס חשמל,

קורס מכונאות, קורס תזונה. כל אחד ממחוסרי

העבודה (הנקראים גם מובטלים) בחר קורס.

בדיאגרמה משמאל מתוארות התוצאות:

א. חניטה טוענת שמתוך הדיאגרמה

לא ניתן לדעת כמה מובטלים יש בעיר.

האם היא צודקת?

ב. ורד טוענת שלמרות שלא ידוע מספר המובטלים,

אפשר לדעת שמספר המובטלים שבחרו בקורס טכנאים

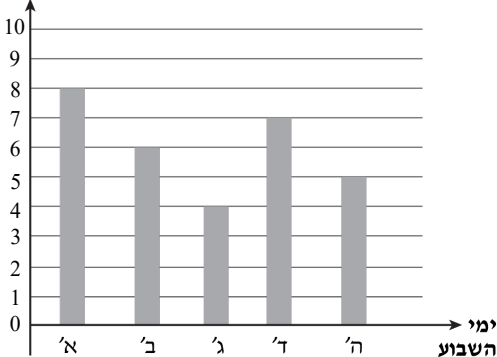
גדול ממספר המובטלים שבחרו בקורס בנייה. האם היא צודקת?

ג. ישנם בעיר 245 מובטלים שבחרו בקורס תזונה. כמה מובטלים יש בעיר?

ד. נתון כי כאשר בדקו את כל תושבי העיר הכשירים לעבודה, השכיחות היחסית

של המובטלים הייתה 7%. כמה מתושבי העיר כשירים לעבודה?

מספר שעות הלימוד



לפניך התפלגות מספר שעות הלימוד

בקורס חשמל במשך 5 ימי השבוע


א'-ה'. מצאו עבור חמשת הימים:

ה. מה ממוצע שעות הלימוד?

ו. מה חציון שעות הלימוד?

ז. מהי סטיית התקן

של שעות הלימוד?

2. במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרמים דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה. המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג. ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.
- 
- א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?

נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ-30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.  
ב. מהי סטיית התקן?

בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

במטע יש 300 עצי דובדבן.

בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ-55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.

ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?

ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים

במטע ב-20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.

כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ-55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?

3. בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים,

12 מטבעות של חמישה שקלים,

ו-6 מטבעות של עשרה שקלים.

הוציאו מן הקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.

מהי ההסתברות שהסכום של שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו  $x$  מטבעות של עשרה שקלים לקופה.

נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מן הקופה באקראי ללא החזרה

שני מטבעות של חמישה שקלים היא  $\frac{1}{15}$ .

ג. מצאו את  $x$ .

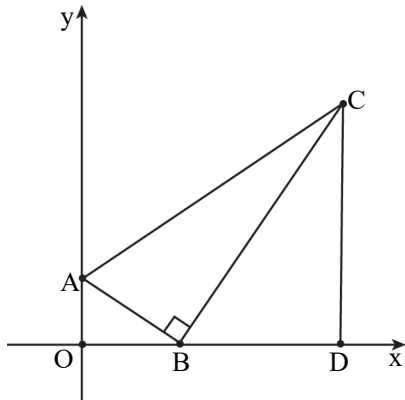
ד. האם ההסתברות להוציא מן הקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות

זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.



## פרק שני – גיאומטריה

4. במשולש ישר זווית  $ABC$  ( $\angle ABC = 90^\circ$ ) הקודקוד  $B$  מונח על ציר ה- $x$  והקודקוד  $A$  מונח על ציר ה- $y$ . מן הקודקוד  $C$  העבירו אנך לציר ה- $x$ , החותך אותו בנקודה  $D$  (ראו סרטוט). הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו:  $\triangle AOB \sim \triangle BDC$ .

נתון:  $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$ ,

משוואת הצלע  $AB$  היא  $y = -\frac{2}{3}x + 4$ .

ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים  $OB$  ו- $CD$ .

(2) מצאו את שיעורי הנקודות  $D$  ו- $C$ .

ג. (1) מצאו את גודל הזווית  $\angle BAC$ .

(2) מצאו את גודל הזווית  $\angle ACD$ .

ד. האם אפשר לחסום את המרובע  $ABDC$  במעגל? נמקו.

5. מעגל שמרכזו  $M$  משיק לציר ה- $x$  בנקודה  $E$ .

המעגל חותך את ציר ה- $y$  בנקודות  $B$  ו- $C$ , כמתואר בסרטוט שלפניכם.



הנקודה  $A$  נמצאת על המשך  $ME$ , כמתואר בסרטוט.

א. (1) הסבירו מדוע  $MA$  מקביל לציר ה- $y$ .

(2) הוכיחו:  $\angle CBM = \angle BMA$ .

נתון: אורך הקטע  $AB$  שווה לרדיוס המעגל.

ב. (1) הוכיחו:  $\angle CMB = \angle MBA$ .

(2) הוכיחו: המרובע  $ABCM$  הוא מקבילית.

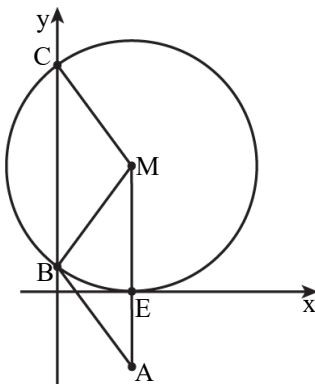
נתון:  $M(3,5)$ .

ג. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות  $B$  ו- $C$ .

(3) מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ .

ד. חשבו את שטח המקבילית  $ABCM$ .



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 4} + 1$ .



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = 2 \cdot f(x)$ .

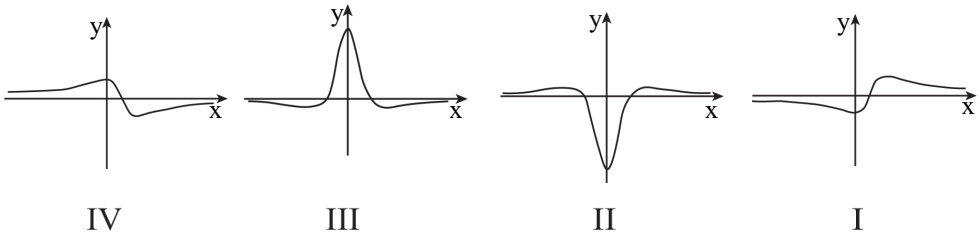
ה. אחד מהן הגרפים I – IV שבסוף השאלה

מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ ,

על ידי הישר  $x = 1$  ועל ידי הצירים.



7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x + 20}$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .



ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

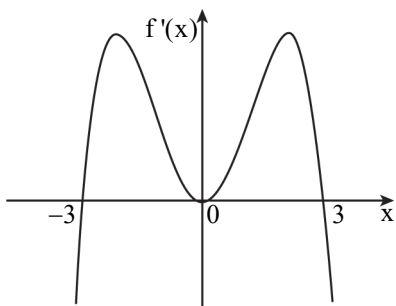
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x) + c$ . הוא פרמטר.

נתון כי הישר  $y = 12$  משיק לגרף הפונקצייה  $g(x)$ .

ה. מצאו את  $c$  (ציינו את שתי האפשרויות).



8. הפונקצייה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת

שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .



לפניכם סרטוט של גרף

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתון: פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

מתאפסת בנקודות שבהן

$x = -3, x = 0, x = 3$  בלבד, כמתואר בסרטוט.

א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מה הם שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , ומהו סוגן?

נמקו.

ב. אחד מהגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב- $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ ,

על ידי הישר  $x = -3$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $-3 \leq x \leq 0$ .

נסמן ב- $S_2$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ ,

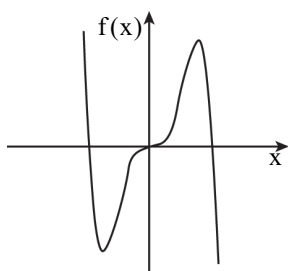
על ידי הישר  $x = 3$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $0 \leq x \leq 3$ .

האם מתקיים:  $S_1 + S_2 = \int_{-3}^3 f(x) dx$ ? נמקו את קביעתכם.

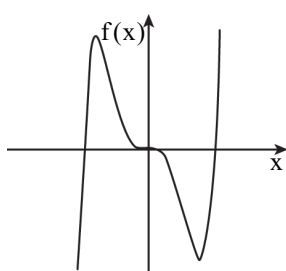
ד. נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x-4)$ .

מה הם שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , ומהו סוגן?

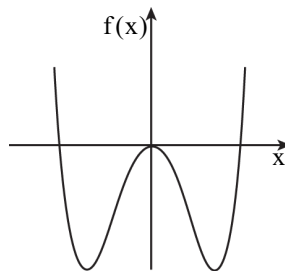
נמקו.



III



II

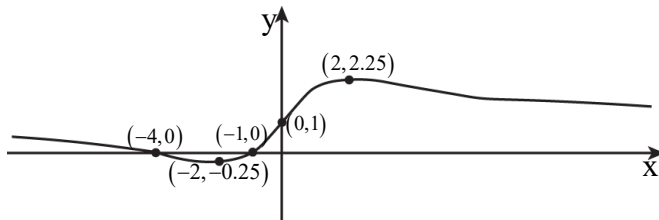


I

תשובות למבחן בגרות מספר 17 – חורף תשפ"ג, 2023:

1. א. כן, היא צודקת. ב. כן, היא צודקת. ג. 1,750 מובטלים.  
 ד. 25,000 תושבים. ה. 6 שעות. ו. 6 שעות. ז. 1.414 שעות.
2. א. 40 ק"ג. ב.  $11 \approx 10.99$  ק"ג. ג.  $26 \approx 25.8$  עצים. ד.  $5 \approx 5.49$  עצים.
3. א.  $\frac{13}{35}$ . ב.  $\frac{9}{26}$ . ג.  $x=9$ . ד. קטנה.
4. א. הוכחה. ב. (1)  $OB=6$ ,  $CD=15$  (2)  $D(16,0)$ ,  $C(16,15)$ .  
 ג. (1)  $\sim 68.2^\circ$ . (2)  $\sim 55.49$ . ד. לא.
5. א. (1) הסבר. (2) הוכחה. ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה.
- ג. (1)  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$  (2)  $B(0,1)$ ,  $C(0,9)$  (3)  $A(3,-3)$ . ד. 24.
6. א. (1) כל  $x$ . (2)  $y=1$ . ב.  $(-1,0)$ ,  $(-4,0)$ ,  $(0,1)$ .  
 ג. מקסימום  $(2, 2.25)$ , מינימום  $(-2, -0.25)$ .

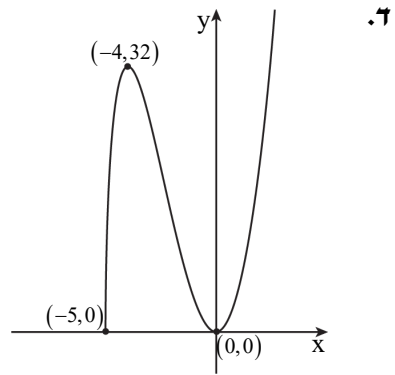
ד.



ה. גרף III. ו. 2.

7. א.  $x \geq 5$  . ב.  $(0,0), (-5,0)$  .

ג. מינימום  $(0,0)$  , מקסימום  $(-4,32)$  , מינימום  $(-5,0)$  .



ה.  $c = 12$  ,  $c = -20$  .

8. א. (1) תחומי עלייה:  $-3 < x < 3$  , תחומי ירידה:  $x < -3$  או  $x > 3$  .

(2)  $x_{\max} = 3$  ,  $x_{\min} = -3$  . ב. גרף III . ג. לא. ד.  $x_{\max} = 7$  ,  $x_{\min} = 1$  .



## מבחן בגרות מספר 18

### קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בבריכת "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".

השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.

קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.



זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.

בוחרים באקראי שחיין מהקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר

(כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:

קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות,

וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית,

וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2. חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר ( $Y$  בגרמים) ובין משקל מנות

המזון היומיות שלו ( $X$  בגרמים).



הם בדקו עשרה עכברים.

משקלי העכברים ומשקל מנות המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

5	5	4	4	4	3	3	3	2	1	משקל מנת המזון היומית ( $X$ בגרמים)
30	28	24	22	20	16	15	14	13	12	משקל העכבר ( $Y$ בגרמים)

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים, וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים:  $0, -0.123, 0.923, 1$ . אחד מן המספרים הוא מקדם המתאר  $r$  בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.

בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם.

לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכויילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר

(המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכויילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר, שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?



3. אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים

באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם.



20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים.

מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בוחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

ב. בוחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות, (1) – (2), שפורסמו בתקשורת.

קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.

(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה,

רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.

(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה,

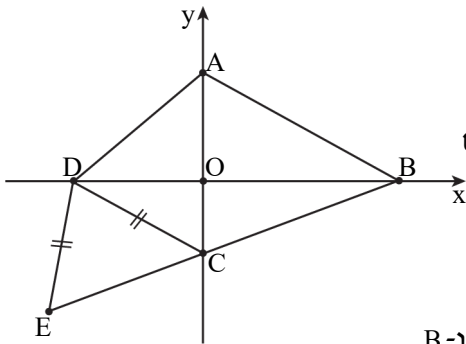
רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות

בציונים רגילים.

מהי ההסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

## פרק שני – גיאומטריה



4. המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ),

שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז. נתון:  $A(0,6)$ ,  $AO = OD$ .

ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.

א. מצאו את האורך של BD

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

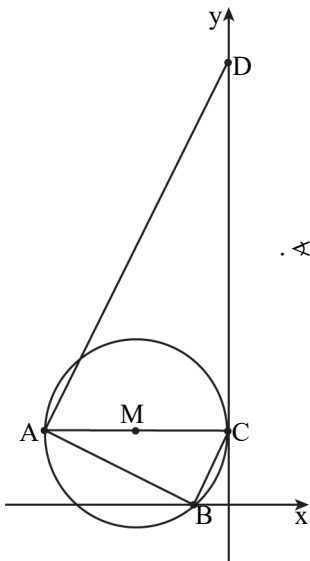
ג. מצאו את משוואת הצלע CD.

ד. מצאו את גודל הזווית OBC.

ה. מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC ונתון כי  $DE = DC$  (ראו סרטוט).

ו. מצאו את היקף המשולש CDE.



5. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M.

הצלע AC היא קוטר במעגל.



המעגל משיק לציר ה-y בנקודה C וחותר את ציר ה-x בנקודה B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על ציר ה-y וידוע כי  $\angle BAC = \angle ADC$ .

א. הוכיחו:  $\triangle ABC \sim \triangle DCA$ .

ב. האם  $BC \parallel AD$ ? נמקו.

נתון:  $C(0,4)$ ,  $B(-2,0)$ .

ג. מצאו את משוואת הצלע AB.

ד. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

ה. מצאו את משוואת המעגל.

ו. מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

ז. מצאו את שטח המרובע ABCD.

**פרק של פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים ,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה :  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  ?



ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

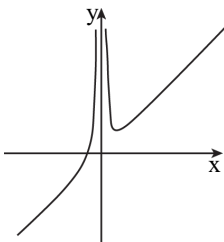
וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה  $f(x)$ .

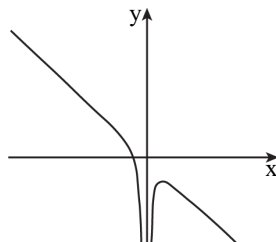
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ ,

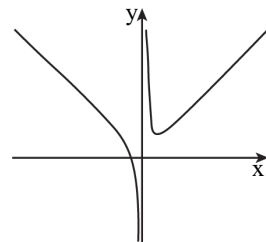
על ידי הישר  $x = 1$ , על ידי הישר  $x = 2$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



II



I

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x+b}$ ,  $b$  הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(8,0)$  בלבד.



א. מצאו את  $b$ .

הציבו  $b = 9$  וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

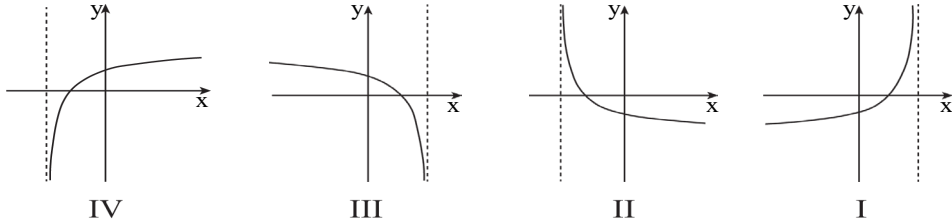
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. אחד מהגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



8. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית,  $AB \parallel DC$  (ראו סרטוט).

גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.



שטח הטרפז הוא  $12\sqrt{2}$ .

נסמן ב- $x$  את אורך הצלע AB.

א. הביעו באמצעות  $x$  את אורך

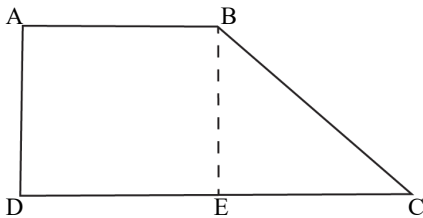
גובה הטרפז.

ב. מצאו את  $x$ ,

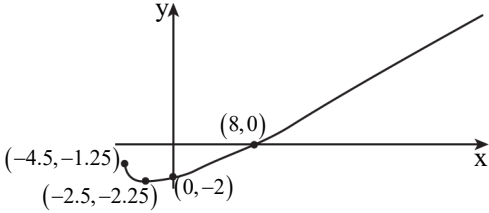
שבעבורו סכום ריבועי השוקיים

של הטרפז  $(AD^2 + BC^2)$  הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.



תשובות למבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023:

1. א. 0.0013 . ב. 57.5 שניות. ג. 3.627 שניות. ד. 0.0367 .
2. א. הסבר. ב.  $r = 0.923$  . ג.  $Y = 4.681X + 3.484$  . ד.  $Y = 4.681X + 1.484$  .  
ה.  $17.8675 \approx 17.87$  גרם.
3. א. 0.36 . ב.  $\frac{5}{9}$  . ג. (1) אינה נכונה. (2) נכונה. ד. 0.375 .
4. א. (1)  $BD = 15$  . (2)  $B(9,0)$  ,  $D(-6,0)$  . ב.  $y = -\frac{2}{3}x - 4$  .  
ג. (1)  $\angle OBC = 23.96^\circ$  . (2)  $\angle ABC = 57.65^\circ$  . ד. 22.14 .
5. א. להוכיח. ב. כן.  
ג. (1)  $y = -\frac{1}{2}x - 1$  . (2)  $A(-10,4)$  . (3)  $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$  .  
ד. (1)  $\sqrt{5}$  :1 . (2) 120 .
6. א.  $x \neq 0$  . ב.  $(-1.59,0)$  . ג. (2,3) מינימום. ד. גרף III . ה. 3.5 .
7. א.  $b = 9$  . ב.  $x \geq -4.5$  . ג. (1)  $(-2.5, -2.25)$  מינימום,  $(-4.5, -1.25)$  מקסימום.  
ד. גרף IV .
- (2)  $(0, -2)$  . (3)
- 
8. א.  $\frac{8\sqrt{2}}{x}$  . ב.  $x = 4$  . ג. לא ייתכן .



## מבחן בגרות מספר 19

קיצ תשפ"ג, מועד מיוחד, 2023

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70. א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?
- הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78. אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה. סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10. ב. חשבו את הציון הממוצע במתכונת השנייה.
- אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו. ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות? (2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמקו.

2. מורה למתמטיקה לתלמידי כיתה י"א רצתה לבדוק את הקשר הליניארי

בין ציוני תלמידיה בבחינת הבגרות במתמטיקה ( המשתנה  $x$  )

ובין ציוני ההגשה שלהם ( המשתנה  $y$  ).



בטבלה שלפניכם מוצגים הציונים של חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2022 .

ציון ההגשה של התלמיד החמישי אינו מוצג.

ציון בחינת הבגרות ( $x$ )	ציון ההגשה ( $y$ )
59	78
60	81
60	81
60	81
61	?

א. מצאו את ממוצע ציוני בחינת הבגרות של תלמידים אלה.

המורה חישה את ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  על פי  $x$  .

נתון כי בעבור  $x = 60$  מנובא הערך  $y = 80$  .

נתון גם כי שיפוע ישר הרגרסיה הוא 0.5 .

ב. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה.

(2) מצאו את ציון ההגשה של התלמיד החמישי. נמקו.

בעבור חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2021 חישה המורה את מקדם המתאם

בין שני המשתנים, ואז חישה את ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  על פי  $x$  .

היא גילתה שציון ההגשה של כל אחד מן התלמידים זהה **בדיוק** לציון ההגשה

המנובא לו באמצעות ישר הרגרסיה.

ג. קבעו מה הן שתי הטענות האפשריות מבין הטענות (1)–(4) שלפניכם. נמקו.

$$(1) \quad 0 < r < 1$$

$$(2) \quad r = 1$$

$$(3) \quad -1 < r < 0$$

$$(4) \quad r = -1$$

3. בקופסה יש 5 כפתורים אדומים ו-4 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים :



היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה.

אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה,

ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה.

לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים :

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ,

ועל הצד האחר כתובה האות B .

אם מתקבלת האות A , דנה מוציאה באקראי שני כפתורים

מן הקופסה באופן המתואר בפתיח.

אם מתקבלת האות B , רותי מוציאה באקראי שני כפתורים

מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים

שונים זה מזה?

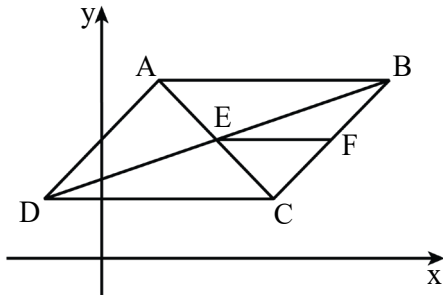
ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.


מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?



## פרק שני – גיאומטריה

4. אלכסוני המקבילית ABCD



נפגשים בנקודה E. 

נקודה F היא אמצע הצלע BC.

א. הוכיחו:  $FE \parallel DC$ .

ב. הוכיחו שהמשולשים

BEF ו-BDC דומים,

וחשבו את יחס שטחיהם.

ג. נתון:  $D(-2, 2)$ ,  $E(4, 4)$ ,  $F(8, 4)$ .

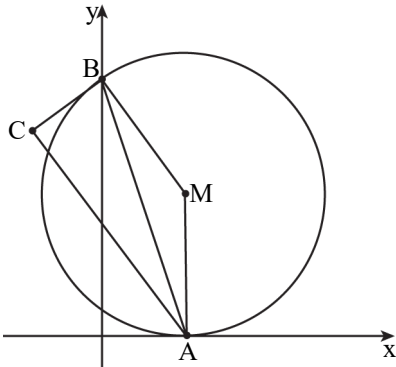
(1) מצאו את משוואות הישרים BC ו-DC.


(2) חשבו את זוויתיו של המשולש BDC.

ד. (1) חשבו את שטחי המשולשים BEF ו-BCD.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח הטרפז DEFC.

5. נתון מעגל שמרכזו  $M(6, 10)$ .



המעגל משיק לציר ה-x בנקודה A. 

א. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y, כמתואר בסרטוט.

הישר BC משיק למעגל בנקודה B.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה B.

(2) מצאו את משוואת המשיק למעגל, BC.

נתון:  $\angle BCA = 90^\circ$ .

ג. (1) הוכיחו: AC מקביל ל-MB.

(2) הוכיחו: AB חוצה את הזווית CAM.

ד. חשבו את אורך הקטע AC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים ,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - a}$  . הוא פרמטר.  $a$

נתון כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(3, 1.2)$ .



א. מצאו את  $a$ .

הציבו  $a = 4$  בפונקצייה  $f(x)$  וענו על הסעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x) + 1$ .

ו. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) כמה פתרונות יש למשוואה  $g(x) = 1$  ? נמקו.

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 6x \cdot (\sqrt{x} - m)$  . הוא פרמטר.  $m > 0$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .



לפונקצייה  $f(x)$  יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה  $x = 4$ .

ב. (1) מצאו את  $m$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

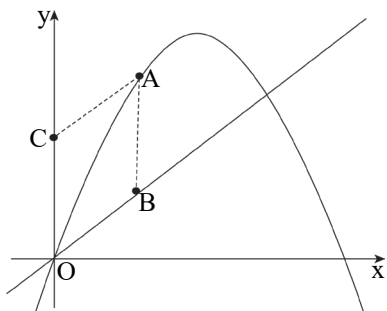
ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $x \geq 1$ .

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

על ידי הישר  $x = 1$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

8. נתונים הפונקצייה  $f(x) = -x^2 + 16x$

והישר  $y = 4x$ .



הנקודה A נמצאת על גרף

הפונקצייה  $f(x)$  ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון

כך שהנקודה A נמצאת מעליה,

כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי

של ציר ה-y כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB

ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

תשובות למבחן בגרות מספר 19 – קיץ תשפ"ג, מועד מיוחד, 2023:

1. א. 62.9% . ב. 74.7 . ג. (1) 73 . (2) במתכונת הראשונה. נימוק.

2. א. 60 . ב. (1)  $y = 0.5x + 50$  . (2) 79 . ג. טענות (2) ו-(4). נימוק.

3. א.  $\frac{85}{162}$  . ב.  $\frac{13}{18}$  . ג.  $\frac{55}{108}$  . ד.  $\frac{17}{33}$ .

4. א. הוכחה. ב. 1:4 . ג. (1)  $y = 2$ ,  $y = x - 4$  . (2)  $135^\circ$ ,  $18.43^\circ$ ,  $26.57^\circ$ .

ד. (1) 4, 16 . (2) פל  $\frac{8}{3}$ .

5. א.  $(x-6)^2 + (y-10)^2 = 100$  . ב. (1)  $B(0,18)$  . (2)  $y = \frac{3}{4}x + 18$ .

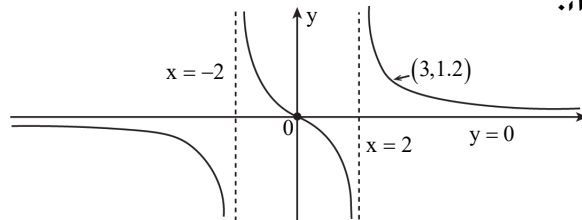
ג. (1) הוכחה . (2) הוכחה . ד.  $AC = 18$ .

6. א.  $a = 4$  . ב.  $x \neq \pm 2$ .

ג. אסימפטוטות אנכיות:  $x = 2$  ו- $x = -2$ , אסימפטוטה אופקית:  $y = 0$ .

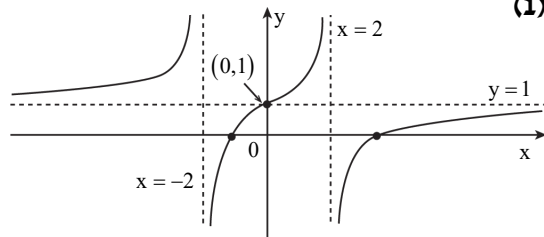
ד. תחום עלייה: אין, תחום ירידה:  $x > 2$  או  $-2 < x < 2$  או  $x < -2$ .

ה.

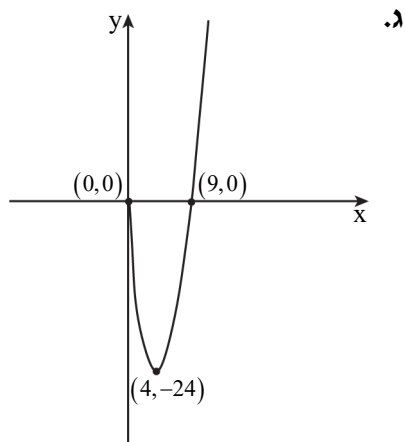


(2) פתרון אחד.

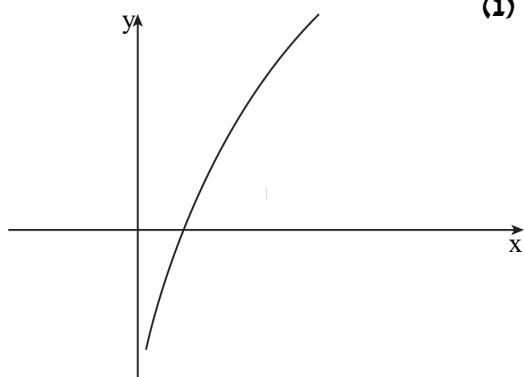
(1) ו.



$y_{\min} = -24$  (3) .  $(0,0)$  ,  $(9,0)$  (2) .  $m = 3$  (1) .ג .  $x \geq 0$  .א .7



. 12 (2)



(1) .7

.  $t = 8$  .ג .  $h = t$  ,  $AB = -t^2 + 12t$  .א .8



## מבחן בגרות מספר 20

### קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר, ובו לבדוק את קצב התארכות שער הראש של אנשים בס"מ לשנה. החברה בדקה מספר רב של אנשים. היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:
- i. השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ-12 ס"מ בשנה.  
ii. השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ-12.56 ס"מ בשנה.
- א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?  
ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?  
חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב-10% את קצב התארכות השיער.
- ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?  
ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.  
לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן, או לא ישתנה?  
נמקו את תשובתכם.

2. בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הליניארי בין גודל המסך

של טאבלט באינצ'ים (המשתנה  $x$ ) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה  $y$ ).



ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.

לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים ( $x$ )	מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט ( $y$ )
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים,  $x$  ו- $y$ .

ב. חשבו את מקדם המתאם  $r$ .

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.

בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.

ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?

בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב-20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.

ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השנוי הזה.

(1) מקדם המתאם  $r$ .

(2) סטיית התקן של המשתנה  $y$ .

(3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

3. בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:

15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים.



דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר.

אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.

אם העיפרון הוא צהוב היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.

לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים

או שני עפרונות צהובים?

דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר

$x$  עפרונות כחולים, 3 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים.

לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון:

ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא  $\frac{1}{60}$ .

ג. מצאו את  $x$ .



## פרק שני – גיאומטריה

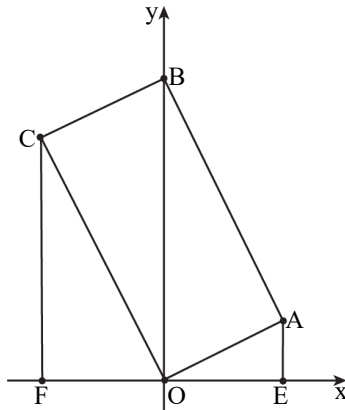
4. במקבילית OABC הקודקוד B מונח על ציר ה-y

והנקודה O היא ראשית הצירים.

מן הקודקודים A ו-C העבירו אנכים לציר ה-x,

החותכים אותו בנקודות E ו-F בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון:  $\angle AOE = \angle COB$ .



א. (1) הוכיחו:  $\angle AOE = \angle OCF$ .

(2) הוכיחו כי המשולשים OCF ו-AOE דומים.

שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE.

משוואות הישרים AE ו-CF הן  $x = 4$  ו- $x = -4$  בהתאמה.

ב. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים OCF ו-AOE.

(2) מצאו את אורכי הצלעות OE ו-CF.

(3) מצאו את שיעורי הקודקודים C ו-A.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ד. הוכיחו כי המקבילית OABC היא מלבן.

אלכסונו המלבן OABC נפגשים בנקודה M.

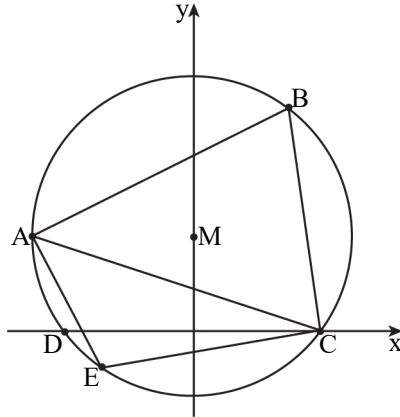
ה. האם נכון כי  $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$ ?

נמקו את תשובתכם.

5. במעגל חסום משולש חד זווית ABC.

נתון:  $A(-5,3)$ ,  $B(3,7)$ .  
מרכז המעגל M נמצא על ציר ה-y.

המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות C ו-D, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



א. (1) הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם  $(0,3)$ .

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע AC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC.


נתון:  $EC = 7$ .

ג. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{9-4x^2}{1-x^2}$ .

- א.**  (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ג.** נתונה הפונקצייה  $g(x)$  המקיימת  $g'(x) = f(x)$ .  
לפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  יש אותו תחום הגדרה.  
מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ ,  
וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{2x+10}$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .



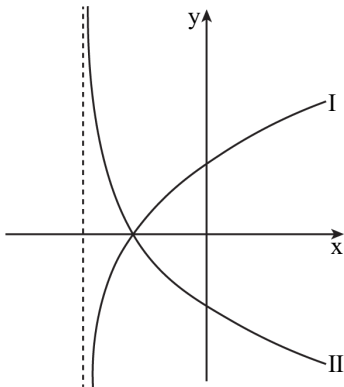
ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

בשרטוט מופיעים שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$ , והגרף האחר מתאר את הפונקצייה  $g(x) = -f'(x)$ .



ה. קבעו איזה מן הגרפים I-II

מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל

על ידי גרף הנגזרת  $f'(x)$ ,

על ידי הישר  $x = 3$ ,

ועל ידי ציר ה- $x$ .

8. ABC הוא משולש ישר זווית,  $\angle ACB = 90^\circ$ .

שטח המשולש ABC הוא 72.



M היא נקודה על הצלע AC,

כך שמתקיים  $MC = 2MA$

(ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב- $x$ .

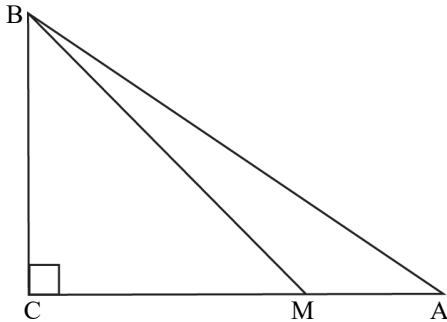
א. הביעו באמצעות  $x$

את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את  $x$ , שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M

משלושת קודקודי המשולש  $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$  הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  הוא 300? נמקו את תשובתכם.



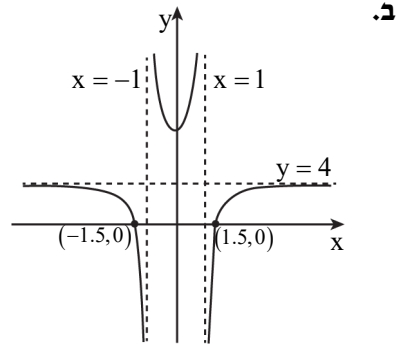
תשובות למבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023:

1. א. 12 ס"מ לשנה . ב. 1.273 ס"מ .  
ג. ממוצע חדש: 13.2 ס"מ, סטיית תקן חדשה: 1.4 ס"מ . ד. האחוז לא ישתנה.
2. א. המשתנה  $x$  - ממוצע: 10 אינץ', סטיית תקן: 1 אינץ' ;  
המשתנה  $y$  - ממוצע: 10 דקות, סטיית תקן: 4 דקות . ב.  $r = 0.5$  .  
ג.  $y = 2x - 10$  . ד. 10 דקות . ה. (1) לא ישתנה . (2) תקטן . (3) יקטן .
3. א.  $\frac{1}{20} = 0.05$  . ב. (1)  $\frac{1,089}{2,500} = 0.4356$  . (2)  $\frac{21}{121} \approx 0.1736$  . ג.  $x = 4$  .
4. א. (1) הוכחה . (2) הוכחה .  
ב. (1) 2:1 . (2)  $OE = 4$  ,  $CF = 8$  . (3)  $A(4,2)$  ,  $C(-4,8)$  . ג.  $B(0,10)$  .  
ד. הוכחה . ה. נכון .
5. א. (1) הוכחה . (2)  $x^2 + (y-3)^2 = 25$  . (3)  $D(-4,0)$  ,  $C(4,0)$  .  
ב. (1)  $AC = \sqrt{90}$  . (2)  $\sphericalangle ABC = 71.565^\circ$  . ג.  $\sphericalangle AEC = 108.435^\circ$  . ד. 15.15 .

6. א. (1)  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$  (2)  $x = -1$ ,  $x = 1$ ,  $y = 4$  (3)  $(0,9)$ ,  $(-1.5,0)$ ,  $(1.5,0)$

(4)  $(0,9)$  מינימום.

(5) עלייה:  $x > 1$  או  $0 < x < 1$ , ירידה:  $-1 < x < 0$  או  $x < -1$ .

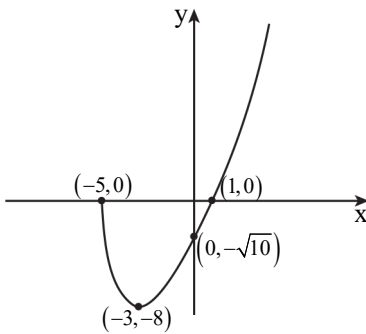


ג.  $x = -1.5$  מקסימום,  $x = 1.5$  מינימום.

7. א.  $x \geq -5$  . ב.  $(0, -\sqrt{10})$ ,  $(-5, 0)$ ,  $(1, 0)$

ג.  $(-3, -8)$  מינימום,  $(-5, 0)$  מקסימום. ד.

ה. גרף I. ג. 16.




8. א.  $BC = \frac{48}{x}$  . ב.  $x = 4$  (1) . כן. (2)



## מבחן בגרות מספר 21

חורף תשפ"ד, 2024

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית. נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק"ג. 
- 96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ-5.02 ק"ג.
- א. מצאו את סטיית התקן של משקל התינוקות שנולדים בעיר זו.
- אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה.
- ב. מצאו את המשקל שבו נולד אורי.
- משקל הנמוך מ-1.5 ק"ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד.
- ג. (1) מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?  
(2) בשנה מסוימת נולדו בעיר זו 20,000 תינוקות.  
על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית,  
כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?
- שחר נולד בעיר אחרת, באותו המשקל שבו נולד אורי.
- משקלי התינוקות בעיר שבה נולד שחר מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של 0.8.
- משקל הלידה של שחר ומשקל הלידה של אורי הם בעלי אותו ציון תקן.
- ד. מצאו את המשקל הממוצע של התינוקות בעיר שבה נולד שחר.

2. דן ערך מחקר.

הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב-12 מדינות (משתנה  $x$ )

ובין אחוז הילדים בני 0-14 באותן המדינות (משתנה  $y$ ).

דן רצה למצוא ישר רגרסיה לניבוי  $y$  לפי  $x$ .

הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסיות, וכן את מקדם המתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה:

$$r = 0.871, S_x = 0.683, \bar{x} = 0.465$$

דן מצא כי משוואת הרגרסיה היא:  $y = 11.3x + 16.3$ .

א. (1) מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע המשתנה של  $y$ ).

ב. (2) מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.

במדינה מסוימת נתון כי גודל האוכלוסייה נשאר קבוע (אין גידול שנתי באוכלוסייה שלה).

ב. על פי ישר הרגרסיה, מהו אחוז הילדים במדינה זו?

נתונה מדינה נוספת, שאחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה שלה הוא 2.

ג. האם אפשר להסיק כי אחוז הילדים במדינה זו הוא בדיוק 38.9?

נמקו את תשובתכם.



3.

חנן משחק במשחק קליעה למטרה.

במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.



ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא  $\frac{3}{5}$ .

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:

אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא  $\frac{2}{3}$ .

אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא  $\frac{7}{16}$ .

לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות.

מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

ההסתברות שדני יקלע בכל אחד מן הניסיונות היא  $P$ .

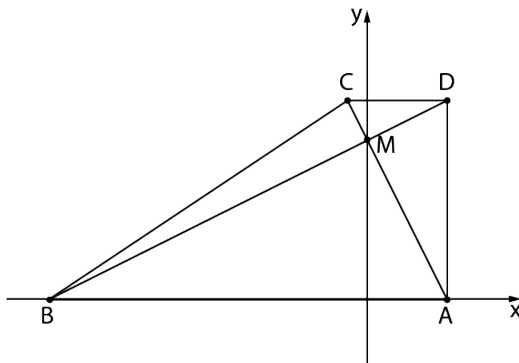
נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק

שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את  $p$  (את שתי האפשרויות).

## פרק שני – גיאומטריה

4. נתון טרפז ישר זווית  $ABCD$  ( $AD \perp AB$ ,  $AB \parallel DC$ ).  
 הקודקודים  $A$  ו- $B$  נמצאים על ציר ה- $x$ , כמתואר בסרטוט.  
 אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה  $M$ , שנמצאת על ציר ה- $y$ .  
 נתון: האלכסון  $AC$  מאונך לאלכסון  $BD$ .  
 משוואת הישר  $AC$  היא:  $y = -2x + 8$ .



- א. מצאו את משוואת הישר  $BD$ .
  - ב. מצאו את שיעורי הקודקודים  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ו- $D$ .
  - ג. (1) חשבו את גודל הזווית  $\angle ABD$ .  
 (2) חשבו את גודל הזווית  $\angle BCD$ .
  - ד. מצאו את שטח המשולש  $BCD$ .
- הנקודה  $F$  נמצאת על המשך הצלע  $CD$  כך ששטח המשולש  $BFC$  גדול פי 2 משטח המשולש  $BCD$ .
- ה. מצאו את שיעורי הנקודה  $F$  (מצאו את אחת משתי האפשרויות).

5. נתון מעגל שמרכזו M נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $y$ .

הנקודה O היא ראשית הצירים.

המעגל משיק לציר ה- $x$  וחותך את ציר ה- $y$

בנקודה C, כמתואר בסרטוט.

דרך הנקודה D שעל המעגל העבירו משיק למעגל.

המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודה B

ואת ציר ה- $y$  בנקודה A.

נתון כי משוואת המשיק היא  $4x + 3y = 40$ .

א. מצאו את אורך הקטע AB.

ב. הוכיחו כי המרובע OMDB

הוא דלתון.

ג. (1) הוכיחו:  $\triangle ADM \sim \triangle AOB$ .

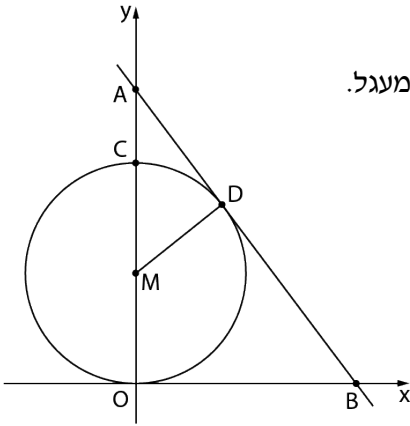
(2) מצאו את רדיוס המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

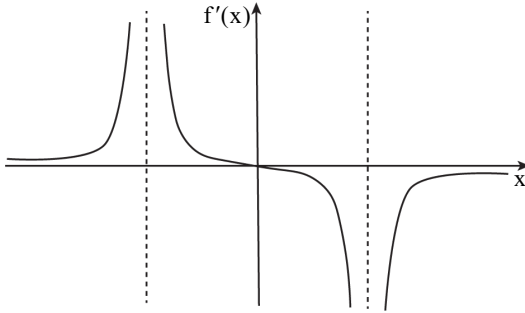
ה. האם הדלתון OMDB בר חסימה במעגל?

אם כן- מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את הדלתון.

אם לא- הסבירו מדוע.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים ,  
של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש**



6. הפונקצייה  $f(x)$  מוגדרת

בתחום  $x \neq \pm 4$ .



בסרטוט שלפניכם מתואר

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

המוגדרת באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

חותך את ציר ה- $x$

רק בנקודה  $(0,0)$ .

א. מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

נתון כי לפונקצייה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא  $y = 2$ .

אחד מן הביטויים I – III שלפניכם מייצג את הפונקצייה  $f(x)$ .

III.  $\frac{x^2}{x^2-16} + 1$

II.  $\frac{x^2}{x^2-16} + 2$

I.  $\frac{x^2}{x^2+16} + 1$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I-III מייצג את הפונקציה  $f(x)$ .

נמקו את קביעתכם.



ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

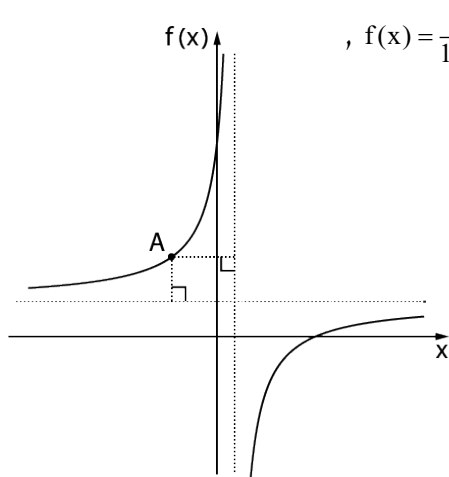
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,




על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 2$ .

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x+10}$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ . 
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים. 
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x) - c$ , הוא פרמטר חיובי.  
הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות באותו התחום.  
גרף הפונקצייה  $g(x)$  משיק לישר  $y = 20$ .  
ה. מצאו את הערך של  $c$ .



8. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה  $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$ ,

- המוגדרת לכל  $x \neq 1$ . 
- א. מצאו את משוואת האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים. 
- מנקודה  $A$ , הנמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$  העבירו אנכים לאסימפטוטה של הפונקצייה  $f(x)$  כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן. 
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה  $A$  שבעבורה היקף המלבן מינימלי.
- ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה  $A$  שמצאתם בסעיף ב.

תשובות למבחן בגרות מספר 21 – חורף תשפ"ד, 2024 :

1. א. 0.9 ק"ג . ב. 4.606 ק"ג . ג. (1) 1.74% . ד. (2) 348 תינוקות . ז. 3.534 ק"ג.

2. א. (1) 21.55 . ב. (2) 8.86 . ג. 16.3% . ד. לא.

3. א.  $\frac{7}{40}$  . ב. (1)  $\frac{31}{40}$  . ג. (2)  $\frac{15}{31}$  . ד.  $\frac{3}{4}$  ,  $\frac{1}{4}$  .

4. א.  $y = \frac{1}{2}x + 8$  . ב. D(4,10) , C(-1,10) , B(-16,0) , A(4,0) .

ג. (1)  $26.57^\circ$  . ד. (2)  $146.3^\circ$  . ה. F(9,10) או F(-11,10) .

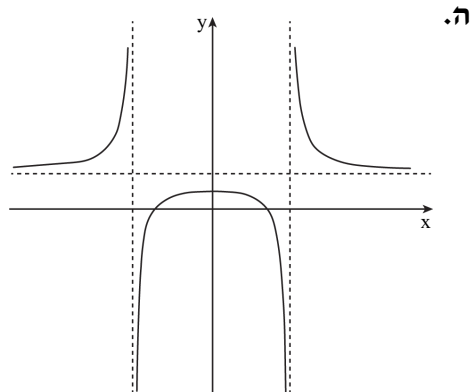
5. א.  $16\frac{2}{3}$  . ב. הוכחה . ג. (1) הוכחה . ד. (2) 5 . ז.  $x^2 + (y-5)^2 = 25$  .

ה. כן (5,2.5) .

6. א.  $x = 0$  מקסימום.

ב. תחומי עלייה:  $x < -4$  ,  $-4 < x < 0$  , תחומי ירידה:  $0 < x < 4$  ,  $x > 4$  .

ג. ביטוי III . ד.  $(\sqrt{8}, 0)$  ,  $(-\sqrt{8}, 0)$  ,  $(0, 1)$  .

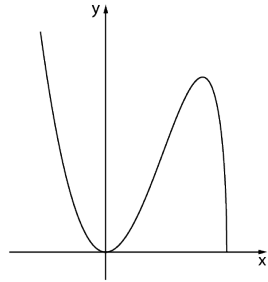


ו.  $\frac{1}{3}$  .

7. א.  $x \geq 5$  . ב.  $(0,0)$  ,  $(5,0)$  .

ג.  $(5,0)$  מינימום,  $(4,16\sqrt{2})$  מקסימום,  $(0,0)$  מינימום.

ד.



ה. 2.63

8. א.  $x=1$  ,  $y=2$  . ב.  $A(-2,5)$  . ג. 9.



## מבחן בגרות מספר 22

### קיץ תשפ"ד, מועד א, 2024

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. כל המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות. שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות. ידוע כי האורך הממוצע של מלפפונים הוא 10.56 ס"מ, וסטיית התקן היא 3 ס"מ.
- א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות. התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש. נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד.
- ב. (1) מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד. (2) מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.
- לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים. גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. 50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ-11.5 ס"מ. 12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ-14.26 ס"מ.
- ג. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.



סטטיסטיקאית ערכה מחקר בקרב זוגות.

היא החליטה לבדוק את הקשר בין מספר הילדים שיש לזוג (המשתנה  $x$ ) ובין ההוצאה החודשית על דלק של הזוג (המשתנה  $y$ ).



לצורך כך היא דגמה 4 זוגות ממאגר הנתונים שלה:

- זוג ללא ילדים שההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,500 שקלים.
  - זוג שיש לו ילד אחד, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,800 שקלים.
  - זוג שיש לו שלושה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 2,900 שקלים.
  - זוג שיש לו ארבעה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 3,800 שקלים.
- א. סרטטו את דיאגרמת הפיזור המתאימה לארבעת הזוגות שבמדגם. רשמו את ערכי הנקודות על הצירים.

הסטטיסטיקאית חישה את סטיית התקן של המשתנה  $y$

$$\text{וקיבלה כי } S_y = \sqrt{835,000}.$$

- ב. (1) מצאו את הממוצע של מספר הילדים שיש לזוג במדגם ואת ההוצאה החודשית הממוצעת על דלק של זוג במדגם.
- (2) חשבו את מקדם המתאם בין שני המשתנים.
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההוצאה החודשית על דלק לפי מספר הילדים.

בעקבות עליית מחירי הדלק,

עלתה ב- 6% ההוצאה החודשית של כל אחד מן הזוגות על דלק.

ד. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו גדל, קטן או לא השתנה.

(1) סטיית התקן של המשתנה  $y$ .

(2) מקדם המתאם  $r$ .

3. במתחם דירות יש שני סוגי דירות –

דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.



ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא  $\frac{3}{4}$ .

חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.

מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.

28% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.

(1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?

(2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.

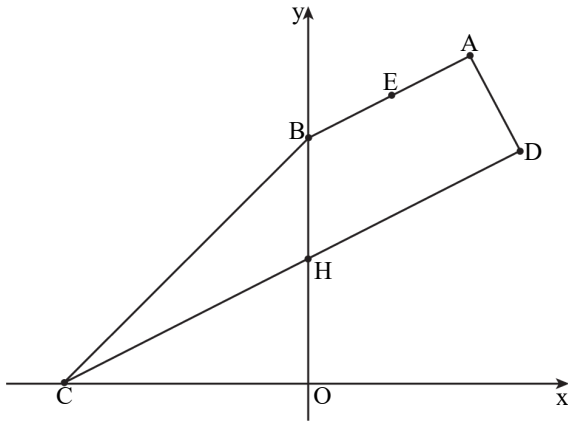
מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?


35 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

## פרק שני – גיאומטריה

4. בסרטוט שלפניכם



טרפז ישר זווית ABCD   
 .(  $AB \parallel DC$  ,  $\angle D = 90^\circ$  )

הקודקוד B

נמצא על ציר ה- $y$ ,

והקודקוד C נמצא על

החלק השלילי של ציר ה- $x$ .

הבסיס CD חותך

את ציר ה- $y$  בנקודה H.

נתון: הנקודה  $E(2,7)$

נמצאת על הבסיס AB.

משוואת שוק הטרפז AD היא  $y = -2x + 16$ .

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא  $\sqrt{72}$ .

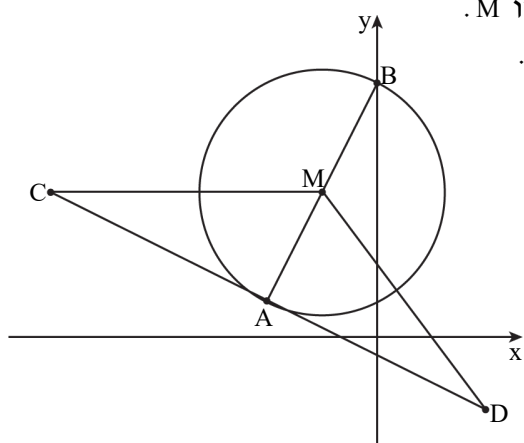
ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).

ד. (1) מצאו את משוואת הישר CD.

(2) מצאו את גודל הזווית CHB.

ה. חשבו את שטח המשולש CBE.



5. הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.

הקטע CD משיק למעגל בנקודה A.

הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y,

כמתואר בסרטוט.

AM הוא חוצה זווית CMD.

א. הוכיחו כי משולש CMD

הוא שווה שוקיים.

נתון כי משוואת המעגל

$$(x+3)^2 + (y-8)^2 = 45$$

וכי שיעור ה-y של הנקודה B גדול מ-8.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-A.

נתון כי הקטע CM מקביל לציר ה-x.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C.

הנקודה E היא אמצע הקטע CM, והנקודה F היא אמצע הקטע DM.

ד. (1) הוכיחו כי  $\triangle CMD \sim \triangle EMF$ .

(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש CMD ובין שטח המשולש EMF.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$ .



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ה. קבעו איזה מן הגרפים I – IV שבסוף השאלה

מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון.

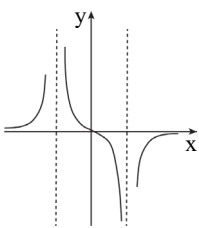
נמקו את קביעותיכם.

(1) בכל נקודה בתחום  $x > 3$  שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$

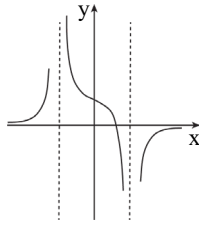
הוא חיובי.

(2) בכל נקודה בתחום  $x < -3$  שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$

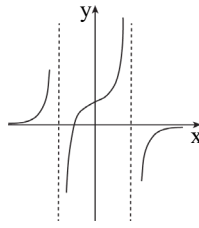
הוא חיובי.



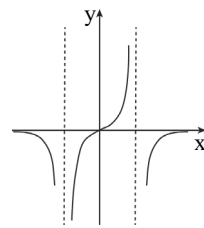
IV



III



II



I

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \sqrt{5-2x} + bx$ ,  $b > 0$  הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(-10, 0)$ .



א. מצאו את הערך של  $b$ .

ב. הציבו  $b = \frac{1}{2}$  בפונקצייה  $f(x)$  וענו על סעיפים ב-ו.

ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

ה. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

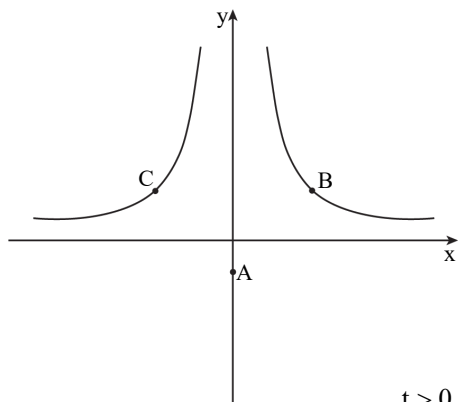
ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ז. נתונה פונקצייה  $g(x)$ , המקיימת  $g'(x) = -f(x)$ .

ח. הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות באותו התחום.

ט. מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $g(x)$ ,

וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.



8. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{48}{x^2} + 1$ .



נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם  $(0, -2)$ .

הנקודות B ו-C נמצאות

על גרף הפונקצייה  $f(x)$ ,

כמתואר בסרטוט.

הישר BC מקביל לציר ה- $x$ .

נסמן את שיעור ה- $x$  של הנקודה B ב- $t$ ,  $t > 0$ .

א. הביעו באמצעות  $t$  את שיעורי הנקודות B ו-C.

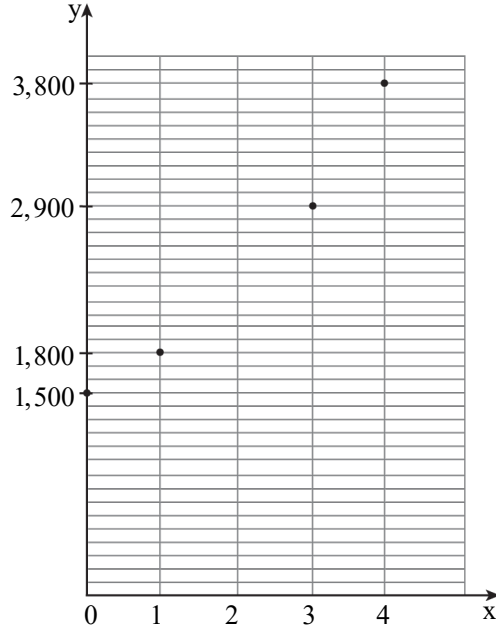
ב. מצאו את ערכו של  $t$  שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

ג. בעבור הערך של  $t$  שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

תשובות למבחן בגרות מספר 22 – קיץ תשפ"ד, מועד א, 2024:

1. א. 68.4% . ב. (1) 17.1% . (2) 7.71 ס"מ . ג. 2.4 ס"מ.

2. א.



ב. (1)  $\bar{x} = 2$  ,  $\bar{y} = 2,500$  (2)  $r = 0.986$  . ג.  $y = 570x + 1360$  .

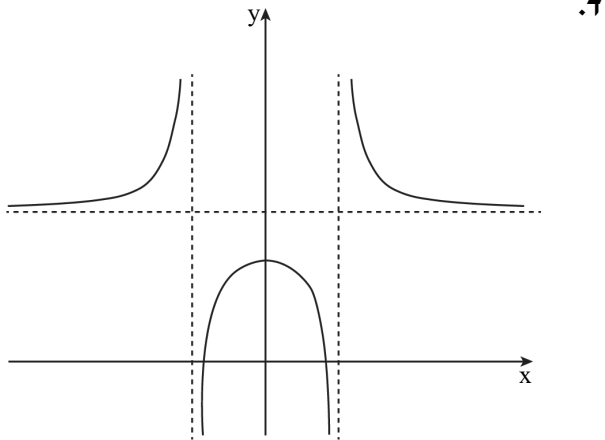
ד. (1) גדלה. (2) לא השתנה.

3. א. (1) 0.8 . (2) 0.07 . ב. 0.9 . ג. 0.365 .

4. א.  $B(0,6)$  . ב.  $C(-6,0)$  . ג.  $45^\circ$  . ד. (1)  $y = 0.5x + 3$  (2)  $116.57^\circ$  . ה. 3 .

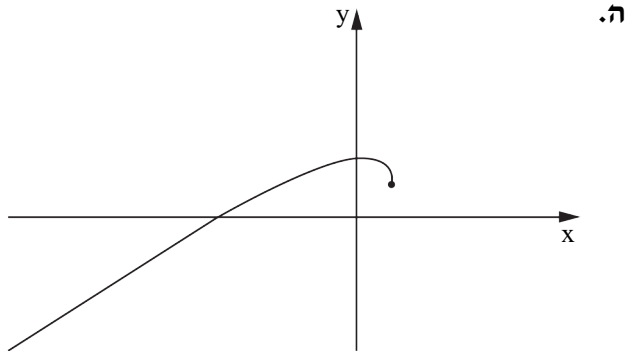
5. א. הוכחה . ב.  $A(-6,2)$  ,  $B(0,14)$  . ג.  $C(-18,8)$  . ד. (1) הוכחה. (2) 4 .

6. א. (1)  $x \neq \pm 3$  (2)  $x = \pm 3, y = 6$  ב.  $\max(0, 4)$  ג.  $(\pm\sqrt{6}, 0), (0, 4)$  .ד.



ה. IV . ו. (1) לא נכון. (2) נכון.

7. א.  $b = \frac{1}{2}$  ב.  $x \leq 2\frac{1}{2}$  ג.  $(0, \sqrt{5})$  .ד. מקסימום  $(\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4})$  מינימום  $(2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{4})$  .ה.



א.  $x_{\max} = -10$

8. א.  $B\left(t, \frac{48}{t^2} + 1\right), C\left(-t, \frac{48}{t^2} + 1\right)$  ב.  $t = 4$  ג. 22.42





## מבחן בגרות מספר 23

### קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

#### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. במשתלה מסוימת האורכים של גבעולי פרחים מתפלגים נורמלית.

הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה הוא 20 ס"מ.

במשתלה ממיינים את הפרחים לשלוש קבוצות:



קבוצה א' – פרחים שאורך הגבעול שלהם קצר מ- 22 ס"מ.

קבוצה ב' – פרחים שאורך הגבעול שלהם בין 22 ס"מ ל- 26 ס"מ.

קבוצה ג' – שאר הפרחים.

נתון כי שיעור הפרחים בקבוצה א' הוא 65.5%.

א. מצאו את סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים במשתלה.

ב. מצאו מהו אחוז הפרחים שבקבוצה ג' מתוך כל הפרחים במשתלה.

יום אחד היו במשתלה 2,000 פרחים סך הכול.

במשתלה החליטו להכין זרים מכל הפרחים שבקבוצה ב' כך שבכל זר

יהיו 10 פרחים.

ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה זרים הכינו במשתלה ביום זה?

במשתלה אחרת, שגם בה האורכים של גבעולי הפרחים מתפלגים נורמלית,

אחוז הפרחים שאורך הגבעול שלהם ארוך מ- 24 ס"מ

שווה לאחוז הפרחים שבקבוצה ב'.

נתון כי סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים בשתי המשתלות זהה.

ד. מצאו את הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה האחרת.

2. לפניכם שלוש טבלאות שבהן מוצגים ערכים של שני משתנים,

שנמדדו בתצפיות שונות: משתנה  $x$  ומשתנה  $y$ .



טבלה 3

x	y
16	35
17	34
18	33
19	32
20	31

טבלה 2

x	y
4	9
5	11
6	19
7	22
8	17

טבלה 1

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

נסמן את מקדם המתאם בין  $x$  ל- $y$  ב- $r$ .

א. התאימו כל אחד מן ההיגדים III-I שלפניכם לטבלאות 1-3:

I.  $0 < r < 1$

II.  $r = 1$

III.  $r = -1$

הנתונים בטבלה 2 מתייחסים לקבוצה של 5 ספורטאים.

בטבלה מתואר הקשר בין מספר הפעמים בשבוע שכל אחד מן הספורטאים מתאמן (המשתנה  $x$ ) ובין מספר השעות בשבוע שהוא מתאמן (המשתנה  $y$ ).

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  על פי  $x$  היא  $y = 2.7x + b$ ,

$b$  הוא פרמטר.

ב. מצאו כמה פעמים בשבוע בממוצע מתאמן ספורטאי בקבוצה זו, וכמה שעות בשבוע בממוצע הוא מתאמן.

ג. מצאו את ערך הפרמטר  $b$ .

ד. נתון כי היחס בין סטיות התקן של הנתונים בטבלה 2 הוא  $\frac{S_y}{S_x} = 3.45$ .

חשבו את הערך של  $r$ .

3. גלית ורועי משחקים משחק.

כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה:  
ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו.



ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו.

ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.28.

א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק.

במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים.

התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.

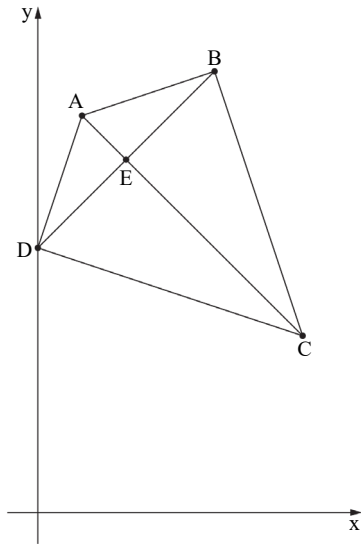
ב. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?

ג. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?

ד. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים.

מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

## פרק שני – גיאומטריה



4. נתון דלתון  $ABCD$  ( $CB = CD$ ,  $AB = AD$ ).

הקודקוד  $D$  מונח על ציר ה- $y$ ,

שיעור ה- $y$  של הקודקוד  $D$



קטן מ-9 (ראו סרטוט).

נתון:  $A(1,9)$ ,  $C(6,4)$ .

אורך הצלע  $AD$  הוא  $\sqrt{10}$ .

א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד  $D$ .

ב. (2) מצאו את משוואת הישר  $BD$ .

$E$  היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה  $E$ .

הנקודה  $F$  נמצאת על הקטע  $EC$ .

ג. הוכיחו כי  $\triangle ABF \cong \triangle ADF$ .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה  $F$ .

שעבורה המרובע  $FBAD$  הוא מעוין.

ה. לפניכם שתי טענות I-II.

קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה.

נמקו את קביעותיכם.

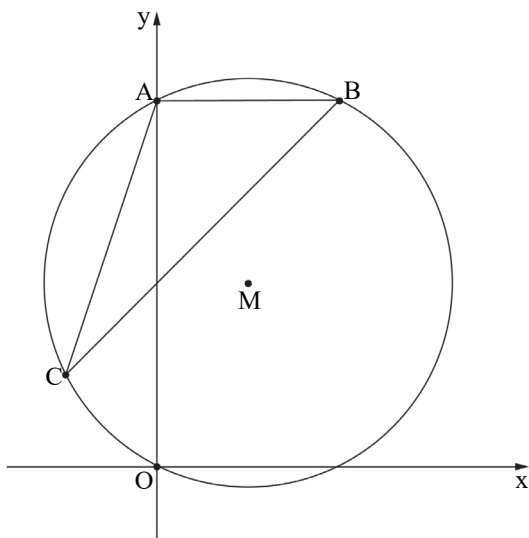
I. המשולש  $ABC$  הוא ישר זווית.

II. הדלתון  $ABCD$  הוא בר חסימה במעגל.

5. המשולש ABC חסום במעגל. נתון כי מרכז המעגל M נמצא בנקודה (4,8).

המעגל עובר דרך ראשית הצירים O (ראו סרטוט).

הנקודה A היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y.



א. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A.

הצלע AB מקבילה לציר ה-x. נתון כי שיפוע הישר BC הוא 1.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{x+4}{5x-x^2} - b$ . הוא פרמטר.  $b$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות  $b$ , אם יש צורך).



נתון כי הישר  $y = -1$  משיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את  $b$ .

הציבו  $b = 2$  בפונקצייה  $f(x)$  וענו על סעיפים ד-ה.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x)$ , שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת  $g'(x) = f(x) + 1$ .

תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$  זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ה. קבעו אם לפונקצייה  $g(x)$  יש נקודות קיצון.

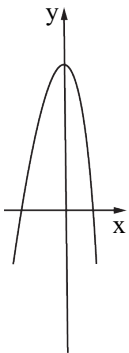
נמקו את קביעתכם.

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$ .

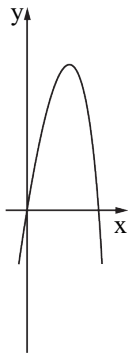
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 ב. מצאו את שיערי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,  
 וקבעו את סוגן.  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .  
 ה. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה  
 מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



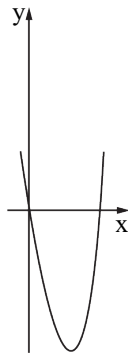
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי גרף  
 הפונקצייה  $a \cdot f'(x)$ , שווה ל-160.  $a$  הוא פרמטר שלילי.  
 ו. מצאו את הערך של  $a$ .



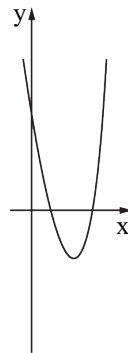
IV



III

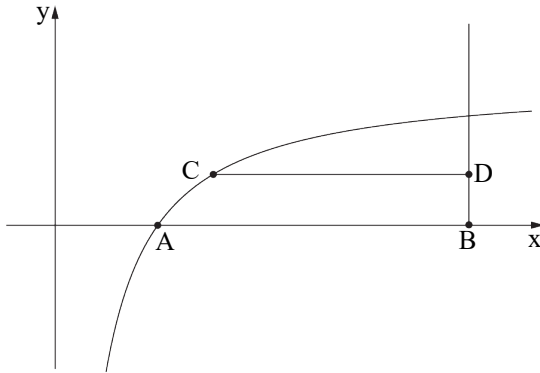


II



I

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה  $f(x) = 3 - \frac{6}{x}$ , בתחום  $x > 0$ .

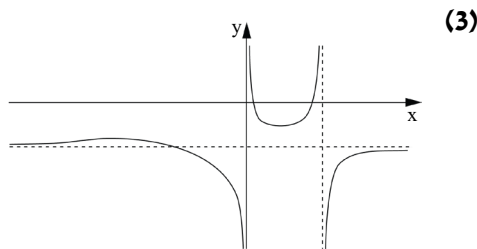


- גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A.  
 מן הנקודה  $B(8,0)$  העבירו אנך לציר ה- $x$ .  
 C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקצייה  $f(x)$ .  
 נסמן ב- $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה C,  $2 < t < 8$ .  
 מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את האנך בנקודה D.
- א. מצאו את שיעורי הנקודות A, C ו-D.  
 הביעו את תשובותיכם באמצעות  $t$ , אם יש צורך.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.
- ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-1.  
 נמקו את קביעתכם.



תשובות למבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024:

1. א. 5 ס"מ. ב. 11.5%. ג. 46. ד. 20.3 ס"מ.
2. א. I. טבלה 2, II. טבלה 1, III. טבלה 3.  
 ב.  $\bar{x} = 6$ ,  $\bar{y} = 15.6$ . ג.  $b = -0.6$ . ד.  $r = 0.7826$ .
3. א. 0.54. ב. 0.5184. ג. 0.7884. ד.  $\frac{28}{73}$ .
4. א. (1) D(0,6) (2)  $y = x + 6$ . ב. E(2,8). ג. הוכחה.  
 ד. F(3,7). ה. I - נכונה, II - נכונה.
5. א. (1)  $(x-4)^2 + (y-8)^2 = 80$ . (2) A(0,16). ב. (1)  $y = x + 8$ . (2) C(-4,4).  
 ג.  $26.565^\circ$ . ד.  $5\sqrt{2} \approx 7.07$ .
6. א.  $x \neq 0$ ,  $x \neq 5$ . ב.  $\left(-10, \frac{1}{25} - b\right)$  מקסימום,  $(2, 1 - b)$  מינימום. ג.  $b = 2$ .  
 ד. (1)  $y = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 5$ . (2)  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ,  $(4, 0)$ .

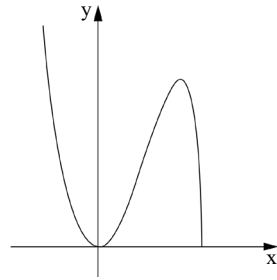


ה. לא.

7. א.  $x \leq 10$  . ב.  $(0,0)$ ,  $(10,0)$  .

ג. מינימום  $(0,0)$ , מקסימום  $(8,64)$ , מינימום  $(10,0)$ .

ה. III . ו.  $a = -1.5$  .



8. א.  $A(2,0)$ ,  $C\left(t, 3 - \frac{6}{t}\right)$ ,  $D\left(8, 3 - \frac{6}{t}\right)$  . ב.  $C(4, 1.5)$  . ג. כן .

**תוכנית חדשה**

## נוסחאון מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד

#### אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ :השורשים}$$

$$(a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \text{ :משוואה ריבועית}$$

#### סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1 - q}$ <p>סכום סדרה אינסופית שסכומה מתכנס:</p>	$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$	

**חוקות:**  $(b \neq 0, a \neq 0)$

$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
--------------------------	------------------------------------------------	---------------------------------	---------------------------	-----------------------------	---------------------------

**גדילה ודעיכה:** הכמות לאחר t יחידות זמן:  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  כאשר q מקדם הגדילה / הדעיכה ליחידת זמן t

$$q = 1 \pm \frac{p}{100} \text{ (p - אחוז הגדילה / הדעיכה ביחידת זמן)}$$

**לוגריתמים** (לפי אילוצי תחום ההגדרה):

$\log_a x = b \text{ שקול ל- } a^b = x$	$\log_a (a^b) = b$	$a^{\log_a x} = x$
$\log_a (x^b) = b \cdot \log_a x$	$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$	$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$

**גאומטרייה**

השיפוע  $m$  של ישר העובר דרך הנקודות  $(x_1, y_1)$  ו-  $(x_2, y_2)$ , שאיננו מאונך לציר ה- $x$ :  

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

משוואת ישר ששיפועו  $m$ , העובר בנקודה  $(x_1, y_1)$ :  

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

שיעורי נקודת האמצע  $M(x_M, y_M)$  של קטע שקצותיו הם  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$ :  

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

המרחק  $d$  בין הנקודות  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$ :  

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

שני ישרים, בעלי שיפועים  $m_1$  ו-  $m_2$  מאונכים זה לזה אם ורק אם:  

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

משוואת מעגל שמרכזו  $(a, b)$  ורדיוסו  $R$ :  

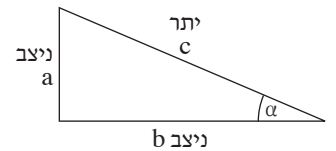
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

הזווית החדה  $\alpha$  שבין ישר מהצורה  $y = mx + b$  ובין ציר ה- $x$ :  

$$\tan \alpha = |m|$$

פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר זווית:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$



משפט פיתגורס:  $a^2 + b^2 = c^2$

זהויות טריגונומטריות:

$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
-------------------------------------------	------------------------------------------	-----------------------------------------	-----------------------------------------

משפט הסינוסים:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$  (R – רדיוס המעגל החוסם את המשולש)

**צורות במישור:**

שטח משולש:  $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$  ( $\alpha$  היא הזווית הכלואה בין הצלעות  $b$  ו-  $c$ )

שטח מקבילית:  $S = a \cdot h$  (a – גובה לצלע  $a$ )

שטח טרפז:  $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$  (a, b – בסיסי הטרפז, h – גובה)

שטח עיגול:  $S = \pi \cdot R^2$  (R – רדיוס) היקף מעגל:  $P = 2\pi \cdot R$

**גופים במרחב:**

נפח מנסרה:  $V = B \cdot h$  (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף) נפח פירמידה:  $V = \frac{B \cdot h}{3}$

**וקטורים:**

בהינתן הווקטורים  $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$  ו-  $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$ :

אורך של וקטור:  $|\underline{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

מכפלה סקלרית:  $\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$  ( $\alpha$  היא זווית בין הווקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ )  $\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \alpha$

זווית  $\alpha$  בין וקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ :  $\cos \alpha = \frac{\underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}| \cdot |\underline{v}|}$

**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**

**נגזרות:**

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(e^x)' = e^x$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{a}{x}\right)' = -\frac{a}{x^2}$	$(x^t)' = t \cdot x^{t-1}$ (ממשי t)
$[\ln(f(x))]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$	$[e^{f(x)}]' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$	$[\sqrt{f(x)}]' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	$\left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$	$[(f(x))^t]' = t \cdot [f(x)]^{t-1} \cdot f'(x)$ (ממשי t)

נגזרת של מכפלת פונקציות:  $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות:  $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקצייה מורכבת:  $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$  היא נגזרת של  $u$  לפי  $x$  (נגזרת פנימית)

$f'(u)$  היא נגזרת של  $f$  לפי  $u$  (נגזרת חיצונית)

**אינטגרלים** ( $m \neq 0$ ):

$\int (mx + b)^t dx = \frac{(mx + b)^{t+1}}{m \cdot (t+1)} + C$ ( $t \neq -1$ , ממשי t)	$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ ( $t \neq -1$ , ממשי t)
$\int \frac{a}{(mx + b)^2} dx = \frac{-a}{m \cdot (mx + b)} + C$	$\int \frac{a}{x^2} dx = -\frac{a}{x} + C$
$\int e^{mx + b} dx = \frac{e^{mx + b}}{m} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int \frac{1}{mx + b} dx = \frac{\ln mx + b }{m} + C$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$

**הסתברות**

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

הסתברות מותנית:

הסתברות של  $A$  וגם  $B$  כאשר  $A$  ו- $B$  הם מאורעות בלתי תלויים:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

**סטטיסטיקה**

$f_1, f_2, \dots, f_n$  הם השכיחויות של  $x_1, x_2, \dots, x_n$  בהתאמה, ו- $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$ .

$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$  ממוצע:

$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$  סטיית תקן:

$r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y} [(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})]$  מקדם המתאם r:

$r = \frac{1}{N} [(z_x)_1 (z_y)_1 + \dots + (z_x)_N (z_y)_N]$

$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$  משוואת ישר הרגרסיה:  $m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$  שיפוע m של ישר הרגרסיה:

$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$  צינון תקן:

$P(z > z_x) = P(z < -z_x)$	$P(z > z_x) = 1 - P(z < z_x)$	$P(z_1 < z < z_2) = P(z < z_2) - P(z < z_1)$
----------------------------	-------------------------------	----------------------------------------------

**טבלת התפלגות נורמלית**

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0046	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0135	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0227	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0238	0.0233
-1.8	0.0359	0.0350	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0550	0.0540	0.0530	0.0520	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0670	0.0650	0.0640	0.0630	0.0620	0.0610	0.0590	0.0580	0.0570	0.0560
-1.4	0.0810	0.0790	0.0780	0.0760	0.0750	0.0740	0.0720	0.0710	0.0690	0.0680
-1.3	0.0970	0.0950	0.0930	0.0920	0.0900	0.0890	0.0870	0.0850	0.0840	0.0820
-1.2	0.1150	0.1130	0.1110	0.1090	0.1070	0.1060	0.1040	0.1020	0.1000	0.0980
-1.1	0.1360	0.1340	0.1310	0.1290	0.1270	0.1250	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1590	0.1560	0.1540	0.1520	0.1490	0.1470	0.1450	0.1420	0.1400	0.1380
-0.9	0.1840	0.1810	0.1790	0.1760	0.1740	0.1710	0.1680	0.1660	0.1630	0.1610
-0.8	0.2120	0.2090	0.2060	0.2030	0.2000	0.1980	0.1950	0.1920	0.1890	0.1870
-0.7	0.2420	0.2390	0.2360	0.2330	0.2300	0.2270	0.2240	0.2210	0.2180	0.2150
-0.6	0.2740	0.2710	0.2680	0.2640	0.2610	0.2580	0.2550	0.2510	0.2480	0.2450
-0.5	0.3080	0.3050	0.3010	0.2980	0.2950	0.2910	0.2880	0.2840	0.2810	0.2780
-0.4	0.3450	0.3410	0.3370	0.3340	0.3300	0.3260	0.3230	0.3190	0.3160	0.3120
-0.3	0.3820	0.3780	0.3750	0.3710	0.3670	0.3630	0.3590	0.3560	0.3520	0.3480
-0.2	0.4210	0.4170	0.4130	0.4090	0.4050	0.4010	0.3970	0.3940	0.3900	0.3860
-0.1	0.4600	0.4560	0.4520	0.4480	0.4440	0.4400	0.4360	0.4320	0.4290	0.4250
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4800	0.4760	0.4720	0.4680	0.4640
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5200	0.5240	0.5280	0.5320	0.5360
0.1	0.5400	0.5440	0.5480	0.5520	0.5560	0.5600	0.5640	0.5680	0.5710	0.5750
0.2	0.5790	0.5830	0.5870	0.5910	0.5950	0.5990	0.6030	0.6060	0.6100	0.6140
0.3	0.6180	0.6220	0.6250	0.6290	0.6330	0.6370	0.6410	0.6440	0.6480	0.6520
0.4	0.6550	0.6590	0.6630	0.6660	0.6700	0.6740	0.6770	0.6810	0.6840	0.6880
0.5	0.6920	0.6950	0.6990	0.7020	0.7050	0.7090	0.7120	0.7160	0.7190	0.7220
0.6	0.7260	0.7290	0.7320	0.7360	0.7390	0.7420	0.7450	0.7490	0.7520	0.7550
0.7	0.7580	0.7610	0.7640	0.7670	0.7700	0.7730	0.7760	0.7790	0.7820	0.7850
0.8	0.7880	0.7910	0.7940	0.7970	0.8000	0.8020	0.8050	0.8080	0.8110	0.8130
0.9	0.8160	0.8190	0.8210	0.8240	0.8260	0.8290	0.8320	0.8340	0.8370	0.8390
1.0	0.8410	0.8440	0.8460	0.8480	0.8510	0.8530	0.8550	0.8580	0.8600	0.8620
1.1	0.8640	0.8660	0.8690	0.8710	0.8730	0.8750	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8850	0.8870	0.8890	0.8910	0.8930	0.8940	0.8960	0.8980	0.9000	0.9020
1.3	0.9030	0.9050	0.9070	0.9080	0.9100	0.9110	0.9130	0.9150	0.9160	0.9180
1.4	0.9190	0.9210	0.9220	0.9240	0.9250	0.9260	0.9280	0.9290	0.9310	0.9320
1.5	0.9330	0.9350	0.9360	0.9370	0.9380	0.9390	0.9410	0.9420	0.9430	0.9440
1.6	0.9450	0.9460	0.9470	0.9480	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9650	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9954	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9