

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון 806

מבחני מתכונת



הכנסו ל - MY.GEVA.CO.IL
וצפו בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

שאלה קשה?



מבחן מתכונת מספר 1

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. שני טכנאים בדקו כמות מסוימת של טלפונים, כך שהטכנאי הראשון היה צריך לבדוק 36 טלפונים יותר מאשר הטכנאי השני. הם החלו את העבודה באותו זמן וסיימו את העבודה יחד. ידוע כי אם הטכנאי הראשון היה בודק את כמות הטלפונים שבדק הטכנאי השני, והטכנאי השני היה בודק את כמות הטלפונים שבדק הטכנאי הראשון, זמן עבודתו של הטכנאי הראשון היה 36% מזמן עבודתו של הטכנאי השני.
- א. כמה טלפונים בדק כל אחד מהטכנאים?
ב. לו חילקו לכל אחד משני הטכנאים מחצית מכמות הטלפונים הכוללת שנבדקה, פי כמה היה גדול זמן עבודתו של הטכנאי השני מזמן עבודתו של הטכנאי הראשון?

2. נתונות שתי סדרות הנדסיות: a_1, a_2, \dots, a_n
 b_1, b_2, \dots, b_n
- הסדרות מקיימות: $b_4 = a_{11}, b_1 = a_2$.
- א. הראה כי לכל n טבעי מתקיים: $b_n = a_{3n-1}$.
- ב. נתון כי מנת הסדרה a_1, a_2, a_3, \dots היא 2.
כמו כן, מתקיים: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{3n} = k$
הבע באמצעות k את הסכום $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$.

3. 

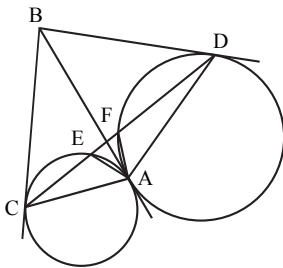
בכד A יש 6 כדורים לבנים ו-3 כדורים שחורים.
 בכד B יש 10 כדורים לבנים ו-4 כדורים שחורים.
 מבצעים את הניסוי שלפניך: זורקים קוביית משחק הוגנת.
 אם מתקבלות על הקובייה הספרות 2 או 3, בוחרים בכד A,
 ואם מתקבלות ספרות אחרות, בוחרים בכד B.
 מהכד שנבחר מוציאים כדור.

א. אם ידוע כי הוצא כדור לבן, מהי ההסתברות שהכד שנבחר הוא כד B?
 ב. חוזרים על הניסוי 4 פעמים (בכל פעם מחזירים לכד את הכדור שהוצא).
 מהי ההסתברות לבחור לכל היותר 3 פעמים כדור לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

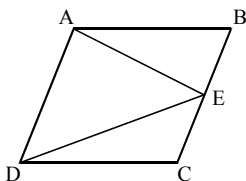
4. 



נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ
 בנקודה A. AB הוא המשיק המשותף לשני
 המעגלים. BC משיק למעגל אחד בנקודה C,
 ו- BD משיק למעגל האחר בנקודה D.
 CD חותך מעגל אחד בנקודה E,
 ואת המעגל האחר בנקודה F.
 הוכח: א. $BC = BD$.
 ב. $\angle CAE = \angle FAD$.

ג. אם שני המעגלים בעלי רדיוסים שווים, אז $CE = FD$.

5. 

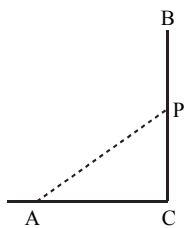


במעוין ABCD, הנקודה E
 היא אמצע הצלע BC.
 נתון: $\angle ABC = \alpha$, $\angle AED = \beta$,
 (ראה ציור).
 הוכח כי: $\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{25 - 16 \cos^2 \alpha}}$

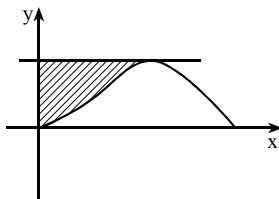
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. הישר $x=1$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה $y = \frac{x}{(x-k)^2}$.
 א. מצא את k ורשום את הפונקציה.
 ב. חקור את הפונקציה שרשמת בסעיף א' (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ו תחומי קעירות כלפי מטה), אסימפטוטות מקבילות לצירים).
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. לאילו ערכי x הנגזרת הראשונה $f'(x)$ שלילית וגם הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית?



7. סירה נמצאת בנקודה A במרחק 6 ק"מ מחוף הים. הנקודה B נמצאת על חוף הים במרחק 10 ק"מ מנקודה C הנמצאת על החוף בדיוק מול נקודה A. אדם שט בסירה מ-A לנקודה P הנמצאת בין הנקודות B ו-C במהירות של 30 קמ"ש, ולאחר מכן נוסע במכונית מנקודה P לנקודה B במהירות של 78 קמ"ש. הוכח שזמן הנסיעה מ-A ל-B יהיה מינימלי, כאשר דרכו של האדם בסירה תהיה קצרה בדיוק בק"מ אחד מדרכו במכונית.



8. הפונקציה $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{4 - \cos x}}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
 א. מצא את נקודת המקסימום של הפונקציה בתחום הנתון.
 ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק בנקודת המקסימום הנ"ל וציר ה- y .

תשובות למבחן מתכונת מספר 1:

1. א. 90 טלפונים, 54 טלפונים. ב. פי $1\frac{2}{3}$.

2. ב. $\frac{2}{7}k$.

3. א. $\frac{15}{22}$. ב. 0.7621.

6. א. $y = \frac{x}{(x-1)^2}$, $k=1$. ב. תחום הגדרה: $x \neq 1$.

נקודות חיתוך: $(0;0)$.

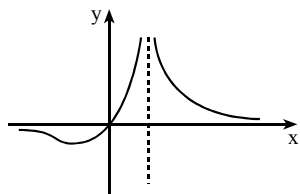
נקודות קיצון: $(-1; -\frac{1}{4})$ מינימום.

תחומי עלייה: $-1 < x < 1$;

תחומי ירידה: $x < -1$ או $x > 1$.

נקודות פיתול: $(-2; -\frac{2}{9})$. \cup : $x > 1$ או $-2 < x < 1$; \cap : $x < -2$

אסימפטוטות: $y=0$, $x=1$. ד. $x < -2$.



8. א. $(1.443; 0.504)$. ב. 0.2556.



מבחן מתכונת מספר 2

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

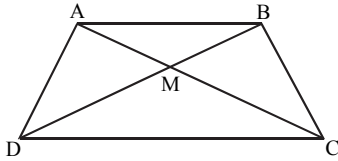
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. משאית יוצאת מעיר א' לעיר ב' מרחק של 300 ק"מ. באותו זמן יוצאת מכונית מעיר ב' לעיר א'. המשאית והמכונית נפגשו ומיד המשיכו בדרכן. המשאית הגיעה לעיר ב' 3 שעות לאחר הפגישה והמכונית הגיעה לעיר א' שעה ו-20 דקות לאחר הפגישה.
א. מצא את מהירות המשאית ואת מהירות המכונית.
ב. מצא את המרחק שעברה המשאית עד הפגישה.
2. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: $a_1 = 6$, $a_{n+1} = 3a_n - 8$.
סדרה אחרת מקיימת: $b_n = 2a_n - 8$.
א. הראה כי הסדרה האחרת (b_n) היא סדרה הנדסית.
ב. הבע באמצעות n את הסכום: $a_1 + a_2 + \dots + a_n$.
3. פצצה המוטלת ממטוס א' פוגעת במטרה ב- 95% מהמקרים. פצצה המוטלת ממטוס ב' פוגעת במטרה ב- 90% מהמקרים. 7 פצצות מוטלות על אותה מטרה. 4 מהן ממטוס א' ו-3 מהן ממטוס ב'. בכדי להרוס את המטרה די בכך ש-6 פצצות תפגענה בה.
א. מה ההסתברות שהמטרה תיהרס?
ב. בהינתן שהמטרה נהרסה, מהי ההסתברות שכל 7 הפצצות פגעו בה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים (בפנים המרובע) בנקודה M (ראה ציור).



נתון: שטח המשולש ABM הוא 5 סמ"ר,
שטח המשולש ADM הוא 10 סמ"ר,
שטח המשולש DCM הוא 20 סמ"ר.

א. מצא את היחסים הבאים:

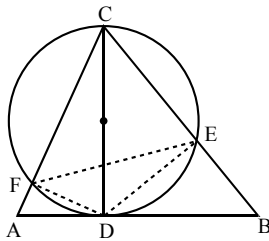
$$(1) \frac{BM}{MD} \quad (2) \frac{AM}{MC}$$

ב. (1) הוכח: $\triangle AMB \sim \triangle CMD$.

(2) הוכח: $AB \parallel DC$.

ג. נתון גם כי המרובע ABCD הוא בר חסימה במעגל.

הוכח: $\triangle ADC \cong \triangle BCD$.



5. CD הוא גובה במשולש ABC (ראה ציור).

נתון: $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $CD = h$.

א. הבע את שטח המשולש ABC

באמצעות h , α ו- β .

ב. מעגל שקוטרו CD חותך את הצלעות

BC ו-AC בנקודות E ו-F בהתאמה.

הבע באמצעות α ו- β את היחס בין

שטח המשולש DEF לשטח המשולש ABC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-64x}{(x^2 + 7)^4}$.

בנקודת המינימום של הפונקציה מעבירים לגרף הפונקציה משיק.
חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- y .

7. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $-\sqrt{24} \leq x \leq \sqrt{24}$.

נגזרת הפונקציה היא $f'(x) = \frac{48x - 3x^3}{\sqrt{24 - x^2}}$.

א. מצא עבור הפונקציה $f(x)$:
(1) תחומי עלייה וירידה.

(2) תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה.

ב. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ג. נתון: $f(0) = f(\sqrt{24}) = 0$.

כמו כן, הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

8. לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$ מעבירים משיקים.

א. הוכח שהפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצא את שיפועו של המשיק בעל השיפוע המינימלי.

ג. מצא את שיפועו של המשיק ששיפועו מקסימלי.

ד. מצא את הזווית שיוצר המשיק ששיפועו מינימלי עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

תשובות למבחן מתכונת מספר 2:

1. א. 60 קמ"ש, 90 קמ"ש. ב. 120 ק"מ.

2. א. $4n + 3^n - 1$.

3. א. 0.9167. ב. $\frac{57}{88}$.

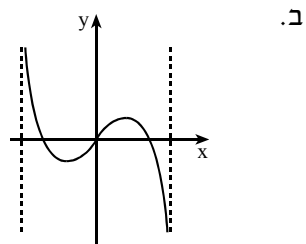
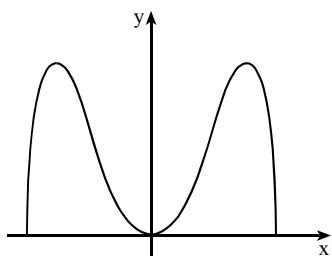
4. א. $\frac{1}{2}$ (1). $\frac{1}{2}$ (2).

5. א. $\frac{h^2 \sin(\alpha + \beta)}{2 \sin \alpha \sin \beta}$. ב. $\frac{h^2 (\tan \alpha + \tan \beta)}{2 \tan \alpha \tan \beta}$. $\frac{1}{4} \sin 2\alpha \sin 2\beta$.

6. $\frac{353}{65856}$.

7. א. (1) עלייה: $-\sqrt{24} < x < -4$ או $0 < x < 4$; ירידה: $-4 < x < 0$ או $4 < x < \sqrt{24}$.

(2) $-\sqrt{24} < x < -2.55$ או $2.55 < x < \sqrt{24}$; \cap ; $-2.55 < x < 2.55$; \cup .



8. א. $-\frac{9\sqrt{2}}{32\sqrt{3}}$. ב. $\frac{9\sqrt{2}}{32\sqrt{3}}$. ג. 167.07° . ד. 167.07° .

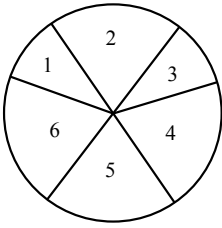


מבחן מתכונת מספר 3

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. שני רוכבי אופניים יצאו לדרך באותו זמן. האחד מנקודה A לנקודה B, והשני מנקודה B לנקודה A. הם נפגשו בדרך, וכל אחד המשיך ליעדו. רוכב האופניים שיצא מ-A הגיע ל-B 4 שעות אחרי הפגישה, ואילו רוכב האופניים שיצא מ-B הגיע ל-A 9 שעות אחרי הפגישה. מהירותו של כל אחד מהרוכבים לא השתנה במשך כל הנסיעה. א. בכמה שעות עבר כל אחד מהרוכבים את המרחק מ-A ל-B? ב. כמה שעות לאחר יציאתם נפגשו שני הרוכבים?
2. נתון טור הנדסי אינסופי יורד שכל איבריו חיוביים. מסמנים ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בטור. מסמנים ב- S את סכום כל איברי הטור. בונים טור חדש שהאיבר ה- n י- שלו הוא ההפרש $S - S_n$. א. הראה שגם הטור החדש שנוצר הוא טור הנדסי אינסופי יורד. ב. ידוע שבטור הנתון: $S_2 = 216$, $S = 243$. חשב את סכום הטור האינסופי החדש.



3.

גלגל משחק מאוזן מחולק לשש גזרות. על 2 גזרות, שכל אחת היא $\frac{1}{10}$ מהעיגול, רשומים המספרים 1 ו-3, ועל 4 גזרות, שכל אחת היא $\frac{1}{5}$ מהעיגול, רשומים המספרים 2, 4, 5, 6, כמתואר בציור. כאשר מסובבים את הגלגל, הוא נעצר על אחד המספרים (לא על הקו שבין הגזרות). א. מסובבים את הגלגל פעם אחת.

מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר זוגי?

מסובבים את הגלגל 5 פעמים.

ב. (1) מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר?

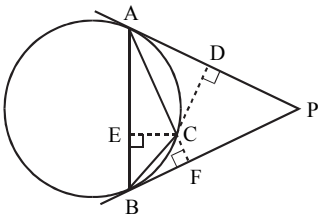
(2) ידוע שהגלגל נעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר.

מהי ההסתברות שהגלגל נעצר על מספר זוגי בדיוק 2 פעמים?

ג. מהי ההסתברות שרק בפעם הראשונה ובפעם האחרונה ייעצר הגלגל על מספר זוגי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



4.

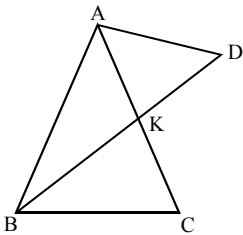
PA ו-PB הם שני משיקים למעגל.

C היא נקודה על המעגל.

נתון: $CF \perp BP$, $CD \perp AP$,

$CE \perp AB$.

הוכח: $CE^2 = CD \cdot CF$.



5.

במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

BK הוא תיכון לשוק.

נתון: $\angle BAC = 40^\circ$, רדיוס המעגל החוסם

את המשולש ABC הוא 10 ס"מ.

א. מצא את גודל הזווית BKC.

ב. ממשיכים את BK עד לנקודה D

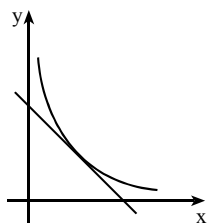
כך שרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD

הוא 12 ס"מ. מצא את שטח המשולש AKD.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- הוכח שנגזרת הפונקציה היא $y' = -2\sin 2x$.
 - מצא: (1) נקודות קיצון. (2) תחומי עלייה וירידה.
 - (3) נקודות חיתוך עם הצירים. (4) נקודות פיתול.
 - (5) תחומי קעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap .
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
 - הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h''(x) = f(x)$.
- מצא עבור הפונקציה $h(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$ את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחומי הקעירות כלפי מטה \cap .



7. נתונה הפונקציה $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. משיק לגרף הפונקציה הנתונה יוצר עם צירי השיעורים משולש. כאשר מסובבים משולש זה סביב ציר ה- x נוצר חרוט. הוכח שנפח החרוט הוא קבוע, כלומר אינו תלוי בשיעורי נקודת ההשקה. מהו גודלו של הנפח הקבוע?



8. בבי"ס חקלאי הוחלט להקיף בגדר חלקת אדמה מלבנית, ששטחה 1350 מ"ר, הסמוכה לחזית ביה"ס. יש להקיף בגדר את אורך חזית החלקה ואת שני צדי החלקה. מחיר מטר גדר לאורך חזית החלקה גבוה פי שלושה ממחיר מטר גדר בצדדים. מה צריך להיות אורך חזית החלקה, כדי שמחיר הגדר יהיה מינימלי?

תשובות למבחן מתכונת מספר 3 :

1. א. 10 שעות, 15 שעות. ב. 6 שעות.

2. ב. 121.5.

3. א. 0.6. ב. (1) 0.31744. (2) 0.7258. ג. 0.02304.

5. א. 67.52° . ב. 45.55 סמ"ר.

6. ב. (1) (0;1) מקסימום, $(\frac{\pi}{2}; -1)$ מינימום,

$(\pi; 1)$ מקסימום.

(2) עלייה: $\frac{\pi}{2} < x < \pi$; ירידה: $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

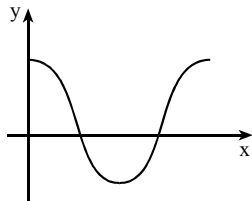
(3) $(0; 1)$, $(\frac{\pi}{4}; 0)$, $(\frac{3\pi}{4}; 0)$. (4) $(\frac{\pi}{4}; 0)$, $(\frac{3\pi}{4}; 0)$.

(5) $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ או $0 < x < \frac{\pi}{4}$: \cap ; $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$: \cup

ד. $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$: \cap ; $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ או $0 < x < \frac{\pi}{4}$: \cup

7. 2.25π .

8. 30 מטר.





מבחן מתכונת מספר 4

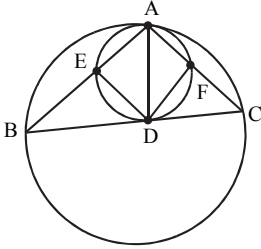
פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

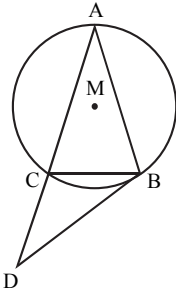
1. פועל אחד יכול לסיים עבודה מסוימת לבדו ב- 12 שעות יותר מהזמן שבו פועל שני יכול לסיימה לבדו. כאשר שניהם עובדים יחד, הם מסיימים את העבודה בפחות מ- 8 שעות. מצא באיזה תחום מספרי נמצא מספר השעות שבו הפועל הראשון יכול לסיים את כל העבודה לבדו.
2. א. הוכח שאם בסדרה חשבונית יש מספר אי-זוגי של איברים, אז האיבר האמצעי שווה למחצית סכום האיברים הראשון והאחרון.
 ב. הוכח שאם בסדרה חשבונית יש מספר אי-זוגי של איברים, אז סכום כל איברי הסדרה שווה למכפלת מספר איברי הסדרה באיבר האמצעי.
 ג. ידוע כי בסדרה חשבונית מתקיים: $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$ עבור כל m ו- n טבעיים.
 (S_k – סכום k האיברים הראשונים בסדרה החשבונית).
 הוכח, בהסתמך על המשפט שהתבקשת להוכיח בסעיף ב' (או בדרך אחרת), כי $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$ (האיבר ה- k בסדרה).
3. קבוצות הכדורגל של מכבי והפועל משחקות ביניהן 4 משחקים. ידוע כי ההסתברות שכל המשחקים יסתיימו בניצחון של מכבי היא 0.0625 וההסתברות שכל המשחקים יסתיימו בתיקו היא 0.0016.
 א. מהי ההסתברות שמשחק בודד יסתיים בניצחון של הפועל?
 ב. הבע באמצעות n את ההסתברות שמתוך n משחקים ($n > 1$) בדיוק שני משחקים יסתיימו בניצחון של הפועל.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



4. שני מעגלים משיקים מבפנים בנקודה A. BC הוא מיתר במעגל הגדול המשיק למעגל הקטן. המיתרים AB ו-AC חותכים את המעגל הקטן בנקודות E ו-F. א. הוכח: AD חוצה את הזווית BAC. ב. הוכח: $DF^2 = BE \cdot AF$.

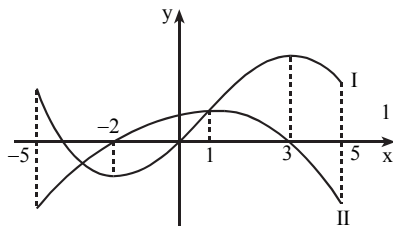


5. משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) חסום במעגל M בעל רדיוס R. זווית הראש של המשולש היא 2α . המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הצלע AC בנקודה D. א. הבע את שטח המשולש BCD באמצעות R ו- α . ב. באיזה תחום חייבת להימצא הזווית α כדי שיהיה פתרון לבעיה?

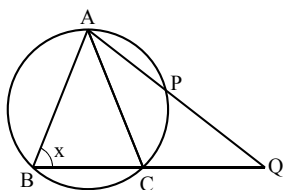
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

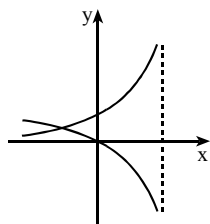
6. בציר שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$.
אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$ והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.
ב. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוג הקיצון.
(2) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$.
(3) רשום את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup והקעירות כלפי מטה \cap
של הפונקציה $f(x)$.
(4) מהו התחום שבו $f'(x)$ חיובית וגם $f''(x)$ חיובית?



7. ABC הוא משולש שווה-שוקיים
החסום במעגל נתון ($AB = AC$).
P היא נקודת האמצע של הקשת AC.
מצא מה צריכה להיות הזווית x ,
כדי שאורך הקטע AQ יהיה מקסימלי.



8. לפניך הגרפים של הפונקציות $y = \frac{-x}{\sqrt{1-x}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.
השטח המוגבל בין שני הגרפים לבין ציר ה- y
מסתובב סביב ציר ה- x .
חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

תשובות למבחן מתכונת מספר 4 :

1. בין 12 ל-24 שעות.
3. א. 0.3 . ב. $0.045n \cdot (n-1) \cdot 0.7^{n-2}$.
5. א. $\frac{2R^2 \sin^3 2\alpha \cos \alpha}{\cos 3\alpha}$. ב. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$.
6. א. גרף I הוא של $f(x)$.
ב. (1) $x=3$ מקסימום, $x=-2$ מינימום.
(2) $x=1$
(3) $x > 1 : \cap ; x < 1 : \cup$
(4) $-2 < x < 1$
7. 70.53°
8. $\frac{\pi}{2}$



מבחן מתכונת מספר 5

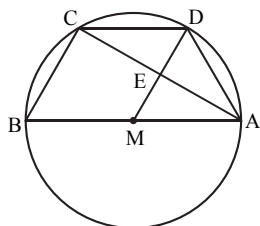
פרק ראשון – אלגברה והסתברות


ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

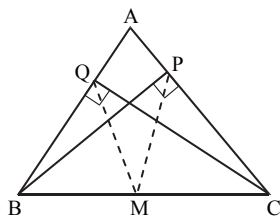
1. מכונית שמהירותה 60 קמ"ש ואופנוע שמהירותו קבועה יצאו יחד מהכפר אל העיר.
כשהמכונית עברה את מחצית הדרך, היה האופנוע במרחק 70 ק"מ מהעיר, וכשהאופנוע עבר את מחצית הדרך, הייתה המכונית במרחק 48 ק"מ מהעיר.
א. מצא את המרחק מהכפר אל העיר.
ב. מצא את מהירותו של האופנוע.
2. א. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ הם n האיברים הראשונים של סדרה הנדסית.
הוכח כי סדרת הערכים ההפוכים של איברי הסדרה $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}$ גם היא סדרה הנדסית.
ב. נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $T_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$.
הוכח: $\frac{S_n}{T_n} = a_1 \cdot a_n$.
3. בעיר מסוימת 70% מהתושבים הם בעלי רישיון נהיגה.
ידוע כי אם בוחרים באקראי 4 בעלי רישיון נהיגה מהעיר, אז ההסתברות שכל הארבעה הם גברים היא 0.0625.
נתון כי $\frac{7}{8}$ מהגברים בעיר הם בעלי רישיון נהיגה.
א. בוחרים באקראי תושב מהעיר.
מהי ההסתברות שהוא גבר בעל רישיון נהיגה?
ב. בוחרים באקראי 4 נשים וידוע שלפחות ל-3 מהן יש רישיון נהיגה.
מהי ההסתברות שבדיוק ל-3 מהן יש רישיון נהיגה?


פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



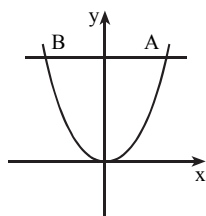
4.  מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו M. AB הוא קוטר במעגל.
 AC ו-DM נפגשים בנקודה E (ראה ציור).
 נתון: $AD = AM$, $CD = CB$.
 א. הוכח: $ME = DE$.
 ב. הוכח: $CB \parallel DM$.
 ג. הוכח: $CD \parallel BM$.




5.  BP ו-CQ הם גבהים במשולש ABC. הנקודה M היא אמצע הצלע BC. נתון: $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $AC = b$.
 א. הוכח: $MQ = MB = MP$.
 ב. הוכח: שטח המשולש MPQ הוא $\frac{b^2 \sin^2 \alpha \sin 2\alpha}{8 \sin^2 \beta}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



6.  נתונה הפונקציה $y = x^2$. דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה מעבירים ישר המקביל לציר ה-x והחותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת B. בנקודה A העבירו משיק לפונקציה. נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר AB. נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-y. הוכח: S_1 גדול פי 4 מ- S_2 .

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$ בתחום $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.
- הסבר מדוע $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.
 - האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בתחום הנ"ל?
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

8. היקפו של משולש ABC הוא 49 ס"מ.
AD חוצה את זווית A, ומחלק את הצלע BC שני קטעים,
כך ש-DC גדול ב-4 ס"מ מ-BD.
חשב את האורך הגדול ביותר האפשרי לצלע AB.

תשובות למבחן מתכונת מספר 5:

1. א. 120 ק"מ. ב. 50 קמ"ש.

3. א. 0.35. ב. $\frac{20}{27}$.

7. ב. (0;0.5) מינימום, $(\frac{\pi}{4};0.7854)$ מקסימום,

$(\frac{\pi}{3};0.6569)$ מינימום.

ג. עלייה: $0 < x < \frac{\pi}{4}$; ירידה: $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$.

ד. לא.

8. 12.5 ס"מ.

